

構造上完全再構成双直交 FIR 直線位相フィルタバンクの設計

張 熙[†] 吉川 敏則[†]

Design of Biorthogonal FIR Linear Phase Filter Banks with Structurally Perfect Reconstruction

Xi ZHANG[†] and Toshinori YOSHIKAWA[†]

あらまし 2 チャネル完全再構成フィルタバンクの設計問題に対し、従来多くの設計法は完全再構成条件を満たすように各フィルタの周波数特性を最適近似しているが、フィルタの係数量子化により、周波数特性に劣化が生じ、完全再構成条件が満たさなくなる問題がある。本論文では、構造上完全再構成条件を満たす双直交 FIR 直線位相フィルタバンクの設計法を提案する。まず、フィルタバンクの完全再構成条件から、構造上完全再構成条件を満たす一つのフィルタ構成を示す。このフィルタ構成では、係数量子化にもかかわらず必ず完全再構成条件を満たすので、フィルタバンクの設計問題は分析側あるいは合成側のフィルタの振幅特性の設計になる。これらのフィルタの設計問題をハーフバンドフィルタの設計問題に帰着させ、任意の平坦度をもつ FIR ハーフバンドフィルタの設計法を与える。よって、フィルタバンクの設計が簡単になる。また、二つのハーフバンドフィルタを用いることで、低域と高域フィルタの振幅特性を自由に設計することができる。

キーワード 構造上完全再構成、双直交フィルタバンク、ハーフバンドフィルタ、FIR 直線位相フィルタ

1. ま え が き

近年 2 チャネル完全再構成フィルタバンクに関する研究が盛んに行われており、音声、画像信号のサブバンド符号化や情報圧縮等の応用に幅広く用いられている [1]~[15]。FIR 直線位相フィルタを用いた 2 チャネル完全再構成フィルタバンクの設計に関しては、これまでに幾つかの設計法 [2]~[15] が提案されている。その中で、多くの方法は各フィルタの周波数特性を最適近似すると同時に、完全再構成条件を満たすようにフィルタ係数を求めている。よって、得られたフィルタ係数は無限語長では完全再構成条件を満たしているが、実際に有限語長で実現する際、係数量子化により、フィルタの周波数特性に劣化が生じ、完全再構成条件が満たさなくなってしまう。これらの設計法に対し、構造上完全再構成条件を満たすラティス構成 [4], [5] が提案され、係数量子化しても必ず完全再構成フィルタバンクが得られる。しかし、ラティス構成では、フィルタ係数を最適化するとき、非線形最適化手法が必要であり、初期値や計算量などの問題がある。また、あ

らかじめ完全再構成フィルタバンクを設計し、次にラティス構成に変換する方法 [9], [13] も提案されている。一方、文献 [15] では、構造上完全再構成条件を満たす一つのフィルタ構成が示され、そのフィルタバンクの設計問題を一つのハーフバンドフィルタの設計に帰着させた。よって、フィルタバンクの設計は従来のハーフバンドフィルタの設計法を用いることで、簡単になるが、低域と高域フィルタの振幅特性は一つの伝達関数により決定されるので、独自に設計することができない。また、文献 [11] では、同様にハーフバンドフィルタを用いて完全再構成フィルタバンクを設計しているが、高域フィルタを設計する際、最大平坦の伝達関数を用いたため、最大の阻止域減衰量が得られているとは言えない。

本論文では、構造上完全再構成条件を満たす双直交 FIR 直線位相フィルタバンクの設計法を提案する。まず、フィルタバンクの完全再構成条件から、構造上完全再構成条件を満たす一つのフィルタバンクの構成を示す。このフィルタ構成は、基本的に文献 [15] のフィルタ構成と同じであるので、係数量子化しても必ず完全再構成条件を満たす。また、文献 [15] と異なる点は、文献 [15] では一つのハーフバンドフィルタを用いたの

[†] 長岡技術科学大学工学部電気系，長岡市
Department of Electrical Engineering, Nagaoka University of
Technology, Nagaoka-shi, 940-21 Japan

に対し、本論文では二つのハーフバンドフィルタを用いることに拡張した。二つの伝達関数を用いることで、文献[15]で独自に設計できなかった低域と高域フィルタの振幅特性を自由に設計することができる。提案したフィルタバンクの設計問題は二つのハーフバンドフィルタの設計になるため、そのハーフバンドフィルタの設計法について述べる。従来のハーフバンドフィルタの設計では、最大平坦と等リプルフィルタのみを考えているが、ウェーブレット変換を用いたさまざまな応用で要求されるレギュラリティ条件から、本論文では任意の平坦度をもつ FIR ハーフバンドフィルタの設計について考える。ハーフバンドフィルタの振幅特性の対称性を利用して、与えられた平坦度を考慮しながら、直接 Remez アルゴリズムを適用し、フィルタの設計問題を線形問題として定式化する。よって、簡単な線形方程式を解くことで、フィルタ係数が容易に得られる。更に等リプルの振幅特性になるまで繰り返して反復計算を行い、最適なフィルタ係数を求める。最後に、例題を設計し、本設計法の有効性を示す。

2. 構造上完全再構成フィルタバンク

図 1 に示される 2 チャネルフィルタバンクでは、 $H_i(z), G_i(z)$ はそれぞれ分析側と合成側のフィルタである。このフィルタバンクが完全再構成フィルタバンクになるには、これらのフィルタは

$$\begin{cases} H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z) = z^{-2K-1} \\ H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

の条件を満たさなければならない。ここで、 K は整数である。 $H_i(z), G_i(z)$ をポリフェーズ成分で表現すると、

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{00}(z^2) & H_{01}(z^2) \\ H_{10}(z^2) & H_{11}(z^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix}$$

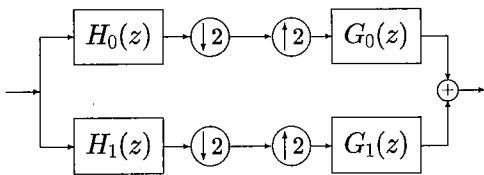


図 1 2 チャネルフィルタバンク

Fig.1 Two channel filter bank.

$$= \mathbf{H}(z^2) \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} G_0(z) \\ G_1(z) \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} z^{-1} & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} G_{00}(z^2) & G_{01}(z^2) \\ G_{10}(z^2) & G_{11}(z^2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} z^{-1} & 1 \end{bmatrix}^T \mathbf{G}(z^2) \end{aligned} \quad (3)$$

式 (1) の完全再構成条件は次式のようにになる。

$$\mathbf{G}(z)\mathbf{H}(z) = \frac{z^{-K}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{z^{-K}}{2} \mathbf{I} \quad (4)$$

周知のように、

$$\begin{bmatrix} z^{-N} & 0 \\ -A(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ A(z) & z^{-N} \end{bmatrix} = z^{-N} \mathbf{I} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & B(z) \\ 0 & z^{-M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^{-M} & -B(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = z^{-M} \mathbf{I} \quad (6)$$

である。よって、

$$\mathbf{H}(z) = \begin{bmatrix} z^{-M} & -B(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{A(z)}{2} & \frac{z^{-N}}{2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{G}(z) = \begin{bmatrix} \frac{z^{-N}}{2} & 0 \\ -\frac{A(z)}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & B(z) \\ 0 & z^{-M} \end{bmatrix} \quad (8)$$

とすれば、伝達関数 $A(z), B(z)$ に関係なく、式 (4) の完全再構成条件が必ず満たされる。つまり、 $A(z), B(z)$ を係数量子化しても、構造上完全再構成フィルタバンクが得られる。このフィルタバンクの構成は図 2 に示されている。従って、フィルタバンクの設計問題は分析側あるいは合成側のフィルタの設計になる。そのとき、分析側のフィルタの伝達関数は

$$\begin{cases} H_0(z) = z^{-2M} - B(z^2)H_1(z) \\ H_1(z) = \frac{1}{2}\{z^{-2N-1} + A(z^2)\} \end{cases} \quad (9)$$

であり、合成側のフィルタの伝達関数は

$$\begin{cases} G_0(z) = \frac{1}{2}\{z^{-2N-1} - A(z^2)\} = -H_1(-z) \\ G_1(z) = z^{-2M} + B(z^2)G_0(z) = H_0(-z) \end{cases} \quad (10)$$

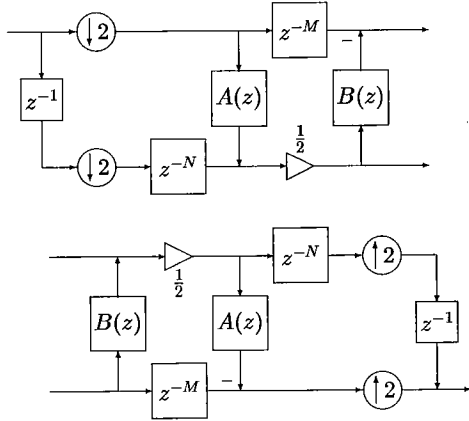


図2 構造上完全再構成フィルタバンク
Fig.2 Structurally perfect reconstruction filter bank.

である。次に分析側のフィルタ $H_i(z)$ の設計について考える。

3. 完全再構成フィルタバンクの設計

ここでは、FIR フィルタによる $H_i(z)$ の設計について述べる。 $A(z)$ と $B(z)$ の伝達関数を次のように定義する。

$$\begin{cases} A(z) = \sum_{n=0}^{L_1} a_n z^{-n} \\ B(z) = \sum_{n=0}^{L_2} b_n z^{-n} \end{cases} \quad (11)$$

ここで、フィルタ係数 a_n, b_n は実数である。直線位相特性を得るために、 $A(z), B(z)$ のフィルタ係数が対称であると仮定する。すなわち、 $a_n = a_{L_1-n}, b_n = b_{L_2-n}$ である。

3.1 所望振幅特性

式 (9) から、 $H_1(z)$ の伝達関数は

$$H_1(z) = \frac{1}{2} \left\{ z^{-2N-1} + \sum_{n=0}^{L_1} a_n z^{-2n} \right\} \quad (12)$$

である。よって、もし $L_1 = 2N + 1$ であれば、明らかに、 $H_1(z)$ は直線位相ハーフバンドフィルタとなる。 $H_1(z)$ は低域あるいは高域フィルタとして設計することができる。ここでは、低域フィルタの設計について述べる。高域フィルタの場合は、低域フィルタのときに得られた $A(z^2)$ を $-A(z^2)$ で置き換えればよい。 $H_1(z)$ の通過域を $[0, \omega_p]$ 、阻止域を $[\omega_s, \pi]$ とす

る。但し、 $\omega_p + \omega_s = \pi$ である。周知のように、ハーフバンドフィルタ $H_1(z)$ は奇対称な振幅特性を有している。よって、 $A(z)$ の所望振幅特性は

$$|A_d(e^{j\omega})| = 1 \quad (0 \leq \omega \leq 2\omega_p) \quad (13)$$

である。また、式 (9) から、 $H_0(z)$ の伝達関数は

$$H_0(z) = z^{-2M} - H_1(z) \sum_{n=0}^{L_2} b_n z^{-2n} \quad (14)$$

である。 $H_1(z)$ の阻止域 $[\omega_s, \pi]$ においては、 $H_1(z)$ の振幅特性が 0 であるため、 $H_0(z)$ の振幅特性は 1 となり、通過域になる。また、 $H_1(z)$ の通過域 $[0, \omega_p]$ では、理想的に、 $H_1(z) = z^{-2N-1}$ であるので、

$$H_0(z) = z^{-2N-1} \left\{ z^{-2(M-N)+1} - \sum_{n=0}^{L_2} b_n z^{-2n} \right\} \quad (15)$$

となる。よって、同様に $L_2 = 2(M - N) - 1$ と選べば、式 (15) の $H_0(z)$ は直線位相ハーフバンドフィルタとなる。そのとき、 $H_0(z)$ が阻止域になるには、 $B(z)$ の所望振幅特性は

$$|B_d(e^{j\omega})| = 1 \quad (0 \leq \omega \leq 2\omega_p) \quad (16)$$

でなければならない。従って、式 (13) と (16) の所望振幅特性に $A(z)$ と $B(z)$ を直接近似すれば、完全再構成フィルタバンクが設計できる。

3.2 任意の平たん度をもつハーフバンドフィルタ

ここでは、ハーフバンドフィルタの設計について述べる。従来のハーフバンドフィルタの設計では、主に最大平たんと等リプルフィルタを考えている。近年、ウェーブレット変換を用いた信号処理手法がさまざまな分野で幅広く応用されている。それらの応用では、ウェーブレット関数が滑らかに変化するというレギュラリティ条件が要求される。このレギュラリティ条件はフィルタバンクの平たん条件と等価である [2], [8]。よって、本論文では任意の平たん度をもつハーフバンドフィルタの設計について考える。 $A(z)$ の振幅特性は

$$|A(e^{j\omega})| = 2 \sum_{n=0}^N a_n \cos \left(N - n + \frac{1}{2} \right) \omega \quad (17)$$

で表される。 $A(z)$ が $\omega = 0$ に $2J_1$ 次の平たん度をもつと仮定する。すなわち、

$$\begin{cases} |A(1)| = 1 & (i = 0) \\ \left. \frac{d^i |A(e^{j\omega})|}{d\omega^i} \right|_{\omega=0} = 0 & (i = 1, 2, \dots, 2J_1 - 1) \end{cases} \quad (18)$$

である。ここで、 J_1 は

$$0 \leq J_1 \leq N + 1 \quad (19)$$

である。 $J_1 = 0$ のとき、最大振幅誤差が最小になる等リプルフィルタとなり、また、 $J_1 = N + 1$ のとき、最大平坦フィルタである。よって、式 (18) から

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^N a_n = \frac{1}{2} & (i = 0) \\ \sum_{n=0}^N \left(N - n + \frac{1}{2}\right)^{2i} a_n = 0 & (i = 1, 2, \dots, J_1 - 1) \end{cases} \quad (20)$$

が得られる。また、 $A(z)$ の振幅特性が等リプル特性になるように、Remez アルゴリズムを用いて定式化する。まず、帯域 $[0, 2\omega_p]$ に $I (= N - J_1 + 2)$ 個のサンプル周波数点 ω_i を次のように設定する。

$$0 \leq \omega_0 < \omega_1 < \dots < \omega_{I-1} = 2\omega_p \quad (21)$$

次に、これらのサンプル周波数点において、振幅誤差が等しく、符号が交番するように定式化する。すなわち、

$$|A(e^{j\omega_i})| = 1 - (-1)^i \delta \quad (22)$$

である。ここで、 δ は振幅誤差である。式 (17) の振幅特性を式 (22) に代入して、

$$\sum_{n=0}^N a_n \cos \left(N - n + \frac{1}{2} \right) \omega_i + \frac{(-1)^i}{2} \delta = \frac{1}{2} \quad (23)$$

が得られる。式 (23) と (20) をまとめると、

$$\mathbf{P} \mathbf{A} = \mathbf{Q} \quad (24)$$

となる。ここで、 $\mathbf{A} = [a_0, a_1, \dots, a_N, \delta]^T$ 、 $\mathbf{Q} = [\frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0, \dots, 0]^T$ であり、 $\mathbf{P}$ の要素 P_{ij} は

$$P_{ij} = \begin{cases} \cos \left(N - j + \frac{1}{2} \right) \omega_i & \begin{pmatrix} 0 \leq i \leq I - 1 \\ 0 \leq j \leq N \end{pmatrix} \\ \left(N - j + \frac{1}{2} \right)^{2(i-I)} & \begin{pmatrix} I \leq i \leq N + 1 \\ 0 \leq j \leq N \end{pmatrix} \\ \frac{(-1)^i}{2} & \begin{pmatrix} 0 \leq i \leq I - 1 \\ j = N + 1 \end{pmatrix} \\ 0 & (\text{else}) \end{cases} \quad (25)$$

である。明らかに、式 (24) は簡単な線形方程式である。 $I + J_1 = N + 2$ 個の方程式に対し、未知のパラメータ ($N + 1$ 個のフィルタ係数 a_n と 1 個の振幅誤差 δ を含む) の数も $N + 2$ であるので、式 (24) の線形方程式を解いて、フィルタ係数が唯一に決定できる。得られたフィルタ係数 a_n を用いて、 $A(z)$ の振幅特性を計算し、その極値周波数点 $\bar{\omega}_i$ を探す。この結果、最初に選んだサンプル周波数点 ω_i は必ずしも振幅特性の極値周波数点 $\bar{\omega}_i$ と一致するとは限らない。よって、得られた極値周波数点を次のサンプル周波数点として置き換え、再び式 (24) の線形方程式を解いてフィルタ係数 a_n を求める。サンプル周波数点 ω_i と極値周波数点 $\bar{\omega}_i$ が一致するまで、この過程を繰り返して反復計算を行う。極値周波数点に変化しなくなったら、等リプルな振幅特性を有する最適近似解が得られたとする。具体的な設計アルゴリズムは以下のように示される。

3.3 設計アルゴリズム

1. フィルタの設計仕様 N, J_1 とカットオフ周波数 ω_p を与える。
2. 式 (21) のように I 個のサンプル周波数点 ω_i の初期値を等間隔に設定する。
3. 式 (24) の線形方程式を解いて、フィルタ係数 a_n を求める。
4. 得られた a_n を用いて、 $A(z)$ の振幅特性を計算し、その極値周波数点 $\bar{\omega}_i$ を探す。
5. $\sum_{i=0}^{I-1} |\bar{\omega}_i - \omega_i| < \epsilon$ を満たすならば、終了する。満たさない場合は 6. へ進む。但し、 ϵ は与えられた収束許容値である。
6. $\omega_i = \bar{\omega}_i$ ($i = 0, 1, \dots, I - 1$) として、3. へ戻る。

3.4 $H_0(z)$ の設計

3.2 で提案した設計法を用いて $A(z)$ を設計し、任意の平坦度をもつ $H_1(z)$ が求められる。そのとき、得られた $H_1(z)$ の阻止域における最大振幅誤差は $\delta_{s1} = \delta_a/2$ である。但し、 δ_a は $A(z)$ の最大振幅誤差である。ハーフバンドフィルタの振幅特性の対称性により、通過域における $H_1(z)$ の振幅誤差は阻止域の振幅誤差と同じである。また、 $B(z)$ も同様な手法で設計することができる。しかし、 $A(z)$ と $B(z)$ の振幅特性が等リプル特性になるように設計しても、式 (9) からわかるように、 $H_0(z)$ の振幅特性は等リプルになるとは限らない。ほとんどの場合、 $H_0(z)$ の等リプル特性

は得られない。そこで、文献[15]では、 $B(z) = A(z)$ として、 $H_0(z)$ の等リプル特性を得ているが、 $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の両方が一つの伝達関数 $A(z)$ により決定されるため、両者の振幅特性は独自に設計することができない。特に、阻止域における $H_0(z)$ の最大振幅誤差 δ_{s0} は

$$\delta_{s0} = 1 - (1 - \delta_a) \left(1 - \frac{\delta_a}{2}\right) = \frac{3\delta_a}{2} - \frac{\delta_a^2}{2} \simeq 3\delta_{s1} \quad (26)$$

である。言い換えると、 $H_0(z)$ はフィルタ次数が $H_1(z)$ に比べて高いにもかかわらず、阻止域の振幅誤差は $H_1(z)$ より 3 倍も大きくなってしまふ。本論文では、 $H_0(z)$ の振幅特性が等リプル特性になるように、直接 $B(z)$ を設計することを考える。異なる $B(z)$ を用いることで、 $H_0(z)$ の振幅誤差を自由にコントロールすることができる。 $H_0(z)$ が阻止域に等リプル特性をもつために、 $B(z^2)H_1(z)$ の振幅特性は等リプル特性になることが必要である。よって、 $H_1(z)$ の振幅特性を重み関数 $W(\omega)$ として考えればよい。すなわち、

$$\begin{aligned} W(\omega)|B(e^{j\omega_i})| &= |H_1(e^{j\frac{\omega_i}{2}})||B(e^{j\omega_i})| \\ &= 1 + (-1)^i \delta \end{aligned} \quad (27)$$

のように定式化し直せば、 $H_0(z)$ の等リプル特性が得られる。具体的な設計アルゴリズムは 3.3 に示したものと同じである。式 (9) から、 $H_0(z)$ の振幅特性は

$$|H_0(e^{j\omega})| = 1 - \frac{1}{2}|B(e^{j2\omega})|\{1 + |A(e^{j2\omega})|\} \quad (28)$$

である。よって、 $H_0(z)$ の通過域において、その最大振幅誤差 δ_{p0} は

$$\delta_{p0} = (1 + \delta_b) \left(\frac{\delta_a}{2}\right) = \frac{\delta_a}{2} + \frac{\delta_a \delta_b}{2} \simeq \frac{\delta_a}{2} = \delta_{s1} \quad (29)$$

である。ここで、 δ_b は $B(z)$ の最大振幅誤差である。従って、 $H_0(z)$ の通過域において、その振幅誤差は主に $A(z)$ の振幅誤差により決定されるので、ほぼ等リプル特性が得られることがわかる。また、 $B(z)$ が $\omega = 0$ に $2J_2$ 次の平坦度をもつと仮定すると、式 (28) からわかるように、 $H_0(z)$ の平坦度は $A(z)$ と $B(z)$ の中で平坦度の低いほうで決められるので、 $2 \min\{J_1, J_2\}$ 次の平坦度をもつことになる。つまり、 J_2 が J_1 より大きく設定しても、 $H_0(z)$ の平坦度は $H_1(z)$ より高くなることなく、最大 $H_1(z)$ と同じである。従って、実際の設計では、低域か高域フィルタの中で要求される平坦度の高いフィルタを $H_1(z)$ 、低いフィルタを $H_0(z)$ として設計する必要がある。

4. 設計例

[設計例 1] {等リプルフィルタ}

フィルタバンクの設計仕様は $N = 8, M = 19, \omega_p = 0.4\pi$ で、 $A(z), B(z)$ の次数はそれぞれ 17 次と 21 次である。 $J_1 = J_2 = 0$ として等リプルフィルタを設計した。得られた $A(z)$ と $B(z)$ のフィルタ係数 a_n, b_n を表 1 と表 2 に示し、その振幅特性を図 3 に示す。図 3 から明らかに、 $A(z)$ の振幅特性が等リプル特性に対し、 $B(z)$ の振幅特性は等リプル特性ではない。しかし、図 4 に示される $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の振幅特性はともに等リプル特性であることがわかる。また、比較のため、文献[15]の従来法で、 $B(z) = A(z)$ としたときの $H_0(z)$ の振幅特性も図 4 にあわせて示されている。そのとき、 $B(z)$ の次数は 17 次で、 $M = 17$ であった。図 4 からわかるように、 $B(z) = A(z)$ の場合、 $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の間に約 10 dB の阻止域減衰量の差があった。従って、 $A(z)$ と異なる $B(z)$ を直接近似することで、 $H_0(z)$ の振幅誤差が自由にコントロールすることができる。

[設計例 2] {任意の平坦度を有するフィルタ}

フィルタバンクの設計仕様は $N = 8, M = 19, \omega_p = 0.4\pi$ で、 $A(z), B(z)$ の次数はそれぞれ 17 次と 21 次である。まず、 $J_1 = J_2 = 4$ として提案した方法を用いてフィルタバンクを設計した。得られた $A(z)$ と $B(z)$ のフィルタ係数 a_n, b_n を表 3 と表 4 に示し、その振幅特性を図 5 に実線で示す。そのとき、 $H_0(z)$ と $H_1(z)$ は同じ平坦度を持ち、その振幅特性は図 6 に実線で示され、ともに等リプル特性であることがわかる。また、 $J_1 = 9, J_2 = 4$ の場合も設計を行った。 $J_1 = 9$ の

表 1 設計例 1 の $A(z)$ のフィルタ係数
Table 1 Filter coefficients of $A(z)$ in Example 1.

$a_0 = a_{17}$	2.312876e - 03	$a_5 = a_{12}$	-6.218851e - 02
$a_1 = a_{16}$	-5.497636e - 03	$a_6 = a_{11}$	1.052088e - 01
$a_2 = a_{15}$	1.153720e - 02	$a_7 = a_{10}$	-1.982618e - 01
$a_3 = a_{14}$	-2.147420e - 02	$a_8 = a_9$	6.318541e - 01
$a_4 = a_{13}$	3.718555e - 02		

表 2 設計例 1 の $B(z)$ のフィルタ係数
Table 2 Filter coefficients of $B(z)$ in Example 1.

$b_0 = b_{21}$	1.064541e - 03	$b_6 = b_{15}$	4.384128e - 02
$b_1 = b_{20}$	-2.908241e - 03	$b_7 = b_{14}$	-6.837364e - 02
$b_2 = b_{19}$	5.413201e - 03	$b_8 = b_{13}$	1.102419e - 01
$b_3 = b_{18}$	-1.013660e - 02	$b_9 = b_{12}$	-2.015517e - 01
$b_4 = b_{17}$	1.726910e - 02	$b_{10} = b_{11}$	6.329982e - 01
$b_5 = b_{16}$	-2.793873e - 02		

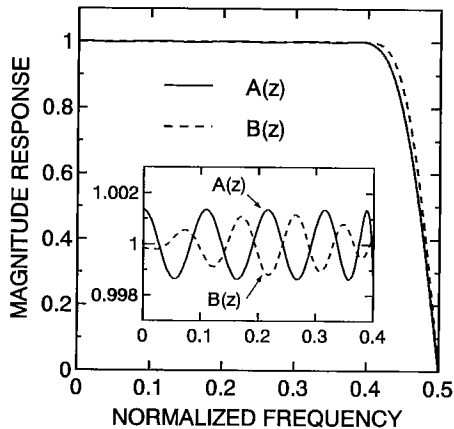


図3 設計例1の $A(z)$ と $B(z)$ の振幅特性
Fig. 3 Magnitude responses of $A(z)$ and $B(z)$ in Example 1.

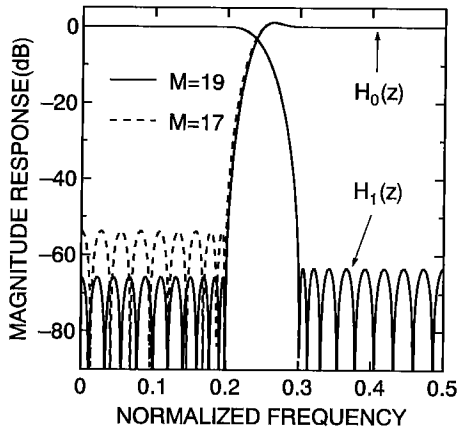


図4 設計例1の $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の振幅特性
Fig. 4 Magnitude responses of $H_0(z)$ and $H_1(z)$ in Example 1.

表3 設計例2の $A(z)$ のフィルタ係数
Table 3 Filter coefficients of $A(z)$ in Example 2.

$a_0 = a_{17}$	$7.045959e-04$	$a_5 = a_{12}$	$-6.030876e-02$
$a_1 = a_{16}$	$-3.920778e-03$	$a_6 = a_{11}$	$1.033390e-01$
$a_2 = a_{15}$	$1.015700e-02$	$a_7 = a_{10}$	$-1.970177e-01$
$a_3 = a_{14}$	$-1.929778e-02$	$a_8 = a_9$	$6.316505e-01$
$a_4 = a_{13}$	$3.469393e-02$		

とき、 $H_1(z)$ は最大平坦フィルタであり、 $H_0(z)$ より高い平坦度を有している。得られた $A(z)$ と $B(z)$ の振幅特性をそれぞれ図5に、 $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の振幅特性を図6に点線で示す。図6から、 $H_0(z)$ の振幅特性は等リプル特性であることがわかる。

表4 設計例2の $B(z)$ のフィルタ係数
Table 4 Filter coefficients of $B(z)$ in Example 2.

$b_0 = b_{21}$	$4.058596e-04$	$b_6 = b_{15}$	$4.301973e-02$
$b_1 = b_{20}$	$-2.155584e-03$	$b_7 = b_{14}$	$-6.751611e-02$
$b_2 = b_{19}$	$5.269806e-03$	$b_8 = b_{13}$	$1.096822e-01$
$b_3 = b_{18}$	$-9.406072e-03$	$b_9 = b_{12}$	$-2.011674e-01$
$b_4 = b_{17}$	$1.618753e-02$	$b_{10} = b_{11}$	$6.328189e-01$
$b_5 = b_{16}$	$-2.713879e-02$		

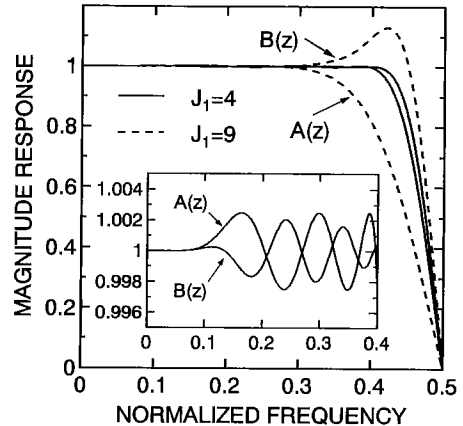


図5 設計例2の $A(z)$ と $B(z)$ の振幅特性
Fig. 5 Magnitude responses of $A(z)$ and $B(z)$ in Example 2.

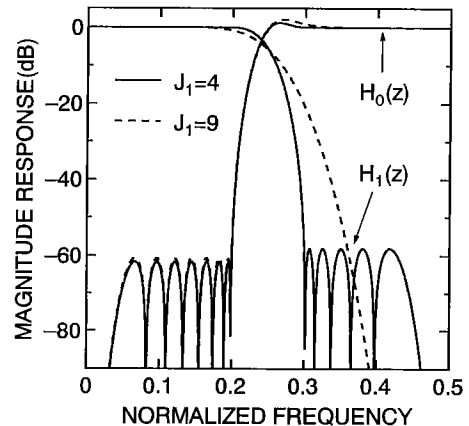


図6 設計例2の $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の振幅特性
Fig. 6 Magnitude responses of $H_0(z)$ and $H_1(z)$ in Example 2.

5. む す び

本論文では、構造上完全再構成条件を満たす2チャネル双直交 FIR 直線位相フィルタバンクの設計法を提案した。まず、構造上完全再構成条件を満たす一つのフィルタバンクの構成を示した。提案したフィルタ

構成では、係数量子化にもかかわらず必ず完全再構成条件を満たすため、フィルタバンクの設計問題は分析側あるいは合成側のフィルタの振幅特性の設計になる。これらのフィルタの設計問題をハーフバンドフィルタの設計に帰着させ、任意の平坦度をもつ直線位相 FIR ハーフバンドフィルタの設計法を与えた。与えられた平坦条件を考慮しながら、直接 Remez アルゴリズムを用いて、FIR ハーフバンドフィルタの設計問題を線形問題として定式化した。よって、簡単な線形方程式を解くことで、フィルタ係数が容易に決定でき、更に振幅特性が等リプル特性になるまで繰り返して反復計算を行い、最適なフィルタ係数を求めた。また、二つのハーフバンドフィルタを用いることで、低域と高域フィルタの振幅特性を自由に設計することができた。今後の課題として全域通過回路を用いた安定な完全再構成フィルタバンクの設計などが挙げられる。

謝辞 日ごろ御指導頂く、電気通信大学電子情報学
科教授岩倉 博先生に深謝致します。

文 献

- [1] S.K. Mitra and J.F. Kaiser, Handbook for Digital Signal Processing, John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [2] P.P. Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks, Englewood Cliffs, NJ:Prentice Hall, 1993.
- [3] M. Vetterli, "Filter banks allowing perfect reconstruction," Signal Processing, vol.10, no.3, pp.219-244, 1986.
- [4] P.P. Vaidyanathan and P.Q. Hoang, "Lattice structures for optimal design and robust implementation of two channel perfect reconstruction QMF banks," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.36, no.1, pp.81-94, Jan. 1988.
- [5] T.Q. Nguyen and P.P. Vaidyanathan, "Two channel perfect reconstruction FIR QMF structures which yield linear phase FIR analysis and synthesis filters," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.37, no.5, pp.676-690, May 1989.
- [6] P.P. Vaidyanathan, "Multirate digital filters, filter banks, polyphase networks, and applications: a tutorial," Proc. IEEE, vol.78, no.1, pp.56-93, Jan. 1990.
- [7] B.R. Horng and A.N. Willson, "Lagrange multiplier approaches to the design of two channel perfect reconstruction linear phase FIR filter banks," IEEE Trans. Signal Processing, vol.40, no.2, pp.364-374, Feb. 1992.
- [8] M. Vetterli and C. Herley, "Wavelets and filter banks: theory and design," IEEE Trans. Signal Processing, vol.40, no.9, pp.2207-2232, Sept. 1992.
- [9] 池原雅章, 山下明延, 黒田英夫, "2分割完全 QMF の設計," 信学論 (A), vol.J75-A, no.8, pp.1333-1340, Aug. 1992.
- [10] 黒澤 馨, 山本和人, 山田 功, "Maximally decimated 直線位相完全 QMF システムの一設計法," 信学論 (A), vol.J76-A, no.3, pp.321-330, March 1993.

- [11] H. Kiya, M. Yae, and M. Iwahashi, "A linear phase two-channel filter bank allowing perfect reconstruction," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E76-A, no.4, pp.620-625, April 1993.
- [12] 安岡寛道, 坂本裕司, 池原雅章, "任意のレギュラリティをもつ線形位相双直交ウェーブレット関数," 信学論 (A), vol.J77-A, no.12, pp.1661-1669, Dec. 1994.
- [13] 長井隆行, 池原雅章, "阻止域等リプル特性をもつ線形位相 2 分割完全再構成 FIR フィルタバンクの設計と実現," 信学論 (A), vol.J78-A, no.4, pp.476-484, April 1995.
- [14] T.E. Tuncer and T.Q. Nguyen, "General analysis of two-band QMF banks," IEEE Trans. Signal Processing, vol.43, no.2, pp.544-548, Feb. 1995.
- [15] S.M. Phoong, C.W. Kim, P.P. Vaidyanathan, and R. Ansari, "A new class of two-channel biorthogonal filter banks and wavelet bases," IEEE Trans. Signal Processing, vol.43, no.3, pp.649-665, March 1995.
- [16] 張 熙, 岩倉 博, "Remez アルゴリズムによる FIR ナイキストフィルタの設計," 信学論 (A), vol.J79-A, no.8, pp.1378-1384, Aug. 1996.

(平成 9 年 4 月 14 日受付, 7 月 9 日再受付)



張 熙 (正員)

1984 中国南京航空航天大学電子工程系卒。1993 電気通信大学大学院博士課程了。工博。1984 南京航空航天大学助手。1993 電気通信大学助手。現在、長岡技術科学大学助教授。1987 年度中国国家科学技術進歩三等賞受賞。ディジタル信号処理、近似理論、ウェーブレット等の研究に従事。IEEE 会員。



吉川 敏則 (正員)

昭 46 東工大・電子卒。昭 51 同大学院博士課程了。工博。埼玉大工学部助手、同大講師を経て、昭 58 より長岡技術科学大学助教授。現在、同大教授。ディジタル信号処理、コンピュータのソフトウェア応用等の研究に従事。IEEE 会員。