

全域通過回路を用いた安定な IIR 完全再構成フィルタバンクの設計

張 熙[†] 吉川 敏則[†]

Design of Stable IIR Perfect Reconstruction Filter Banks Using Allpass Filters

Xi ZHANG[†] and Toshinori YOSHIKAWA[†]

あらまし 本論文では、全域通過回路を用いて、完全再構成条件と安定条件を同時に満たす 2 チャンネル IIR 直線位相フィルタバンクの新しい設計法を提案する。まず、フィルタバンクの完全再構成条件から、構造上完全再構成条件を満たす一つのフィルタ構成を示す。このフィルタ構成では、係数量子化にもかかわらず、完全再構成条件が必ず満たされるので、フィルタバンクの設計問題は遅延器と全域通過回路によるハーフバンドフィルタの設計になる。よって、構成要素である全域通過回路の位相特性のみを近似すれば、安定な IIR 完全再構成フィルタバンクが容易に得られる。遅延器と全域通過回路を並列接続した IIR ハーフバンドフィルタの設計に関しては、ウェーブレットの観点から、平たん条件が任意に指定できるハーフバンドフィルタの設計法を提案する。また、フィルタバンクに二つの異なる全域通過回路を用いることで、低域と高域フィルタの振幅特性を自由に設計できるのは本設計法の特長である。

キーワード 構造上完全再構成、安定な IIR フィルタバンク、全域通過回路、近似的直線位相

1. ま え が き

近年完全再構成フィルタバンクに関する研究が盛んに行われており、音声、画像信号のサブバンド符号化や情報圧縮等に幅広く用いられている [1]~[15]。2 チャンネルフィルタバンクに関しては、FIR フィルタを用いたものと IIR フィルタを用いたものの 2 種類に大別される。FIR フィルタバンクは常に安定で、完全直線位相が得られるなどの利点から、これまでに数多くの設計法 [2], [3], [5], [7] が提案されている。一方、IIR フィルタバンクは FIR フィルタバンクに比べて、低次数で優れた振幅特性が実現できるため、幾つかの設計法 [4], [6], [11]~[15] が提案された。特に、全域通過回路を用いた IIR フィルタでは、通過域において低係数感度特性が得られ、従来の IIR フィルタより少ない乗算器数で実現できるなどの特長を有している [4], [6], [12]~[14]。しかし、因果的な全域通過回路を並列接続した構造 [4], [6], [13], [14] では、フィルタバンクの出力に位相誤差を完全に除去することが不可能で、完全再構成条件が満たされなかった。完全再構成フィルタバンクを得るには、非因果的な全域通過関

数を使わなければならない。一方、文献 [12] では、構造上完全再構成条件を満たす一つのフィルタ構成が示され、そのフィルタバンクの設計問題を遅延器と全域通過回路によるハーフバンドフィルタの設計に帰着させた。よって、全域通過回路の位相特性のみを近似すれば、安定条件と完全再構成条件を同時に満たす IIR フィルタバンクが容易に設計できる。また、遅延器と全域通過回路の並列構造を用いたため、得られた分析側と合成側のフィルタはともに近似的な直線位相特性を有している。しかし、文献 [12] では、一つの全域通過回路しか用いなかったため、低域と高域フィルタの振幅特性を独自に設計することができず、特に遷移域において大きなリプルが生じてしまう問題点がある。

本論文では、全域通過回路を用いて、完全再構成条件と安定条件を同時に満たす 2 チャンネル IIR 直線位相フィルタバンクの新しい設計法を提案する。まず、フィルタバンクの完全再構成条件から、構造上完全再構成条件を満たす一つのフィルタ構成を示す。このフィルタ構成は、基本的に文献 [12] のフィルタ構成と同じであるので、係数量子化しても必ず完全再構成条件を満たす。文献 [12] と異なる点は、文献 [12] では一つの全域通過回路しか使わなかったに対し、本論文では二つの異なる全域通過回路を用いることに拡張した。二つの異なる全域通過回路を用いることで、低域と高域

[†] 長岡技術科学大学工学部電気系、長岡市
Department of Electrical Engineering, Nagaoka University of
Technology, Nagaoka-shi, 940-21 Japan

フィルタの振幅特性を自由に設計することができ、文献[12]で問題となった遷移域における大きなリプルを抑えることができる。提案したフィルタバンクの設計問題は遅延器と全域通過回路によるハーフバンドフィルタの設計になるため、そのハーフバンドフィルタの設計法について述べる。従来の設計法では、最大平坦フィルタと等リプルフィルタのみを考えているが、ウェーブレット変換を用いたさまざまな応用で要求されるレギュラリティ条件から、本論文では任意の平坦度をもつ IIR ハーフバンドフィルタの設計について考える。Remez アルゴリズムを利用し、固有値問題に基づいたハーフバンドフィルタの設計法[9]を与える。最後に、例題を設計し、本設計法の有効性を示す。

2. 構造上完全再構成フィルタバンク

図 1 に示される 2 チャンネルフィルタバンクでは、 $H_i(z)$, $G_i(z)$ はそれぞれ分析側と合成側のフィルタである。このフィルタバンクの完全再構成条件は

$$\begin{cases} H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z) = z^{-2K-1} \\ H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

である。ここで、 K は整数である。 $H_i(z)$, $G_i(z)$ をポリフェーズ成分で表すと、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} H_{00}(z^2) & H_{01}(z^2) \\ H_{10}(z^2) & H_{11}(z^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{H}(z^2) \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} G_0(z) \\ G_1(z) \end{bmatrix}^T &= \begin{bmatrix} z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} G_{00}(z^2) & G_{01}(z^2) \\ G_{10}(z^2) & G_{11}(z^2) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} z^{-1} \\ 1 \end{bmatrix}^T \mathbf{G}(z^2) \end{aligned} \quad (3)$$

式 (1) の完全再構成条件は次式のようにになる。

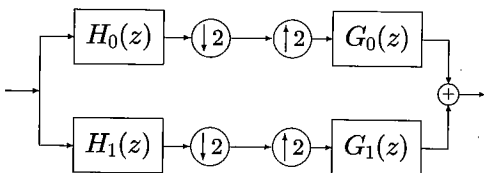


図 1 2 チャンネルフィルタバンク
Fig. 1 Two channel filter bank.

$$\mathbf{G}(z)\mathbf{H}(z) = \frac{z^{-K}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{z^{-K}}{2} \mathbf{I} \quad (4)$$

周知のように、

$$\begin{bmatrix} z^{-N} & 0 \\ -A(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ A(z) & z^{-N} \end{bmatrix} = z^{-N} \mathbf{I} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & B(z) \\ 0 & z^{-M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z^{-M} & -B(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = z^{-M} \mathbf{I} \quad (6)$$

である。よって、

$$\mathbf{H}(z) = \begin{bmatrix} z^{-M} & -B(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{A(z)}{2} & \frac{z^{-N}}{2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{G}(z) = \begin{bmatrix} \frac{z^{-N}}{2} & 0 \\ -\frac{A(z)}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & B(z) \\ 0 & z^{-M} \end{bmatrix} \quad (8)$$

とすれば、伝達関数 $A(z)$, $B(z)$ に関係なく、式 (4) の完全再構成条件が必ず満たされる。つまり、 $A(z)$, $B(z)$ を係数量子化しても、構造上完全再構成フィルタバンクが得られる。このフィルタバンクの構成は図 2 に示されている。従って、フィルタバンクの設計問題は分析側あるいは合成側のフィルタの設計になる。そのとき、分析側のフィルタの伝達関数は

$$\begin{cases} H_0(z) = z^{-2M} - B(z^2)H_1(z) \\ H_1(z) = \frac{1}{2}\{z^{-2N-1} + A(z^2)\} \end{cases} \quad (9)$$

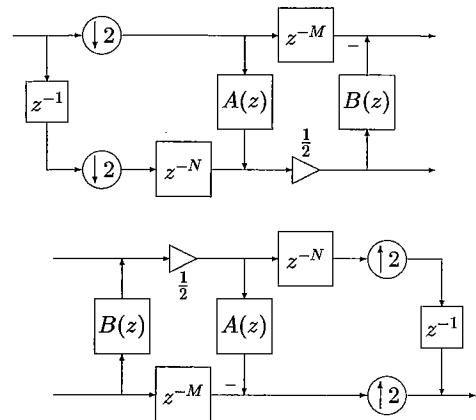


図 2 構造上完全再構成フィルタバンク
Fig. 2 Structurally perfect reconstruction filter bank.

であり、合成側のフィルタの伝達関数は

$$\begin{cases} G_0(z) = \frac{1}{2}\{z^{-2N-1} - A(z^2)\} = -H_1(-z) \\ G_1(z) = z^{-2M} + B(z^2)G_0(z) = H_0(-z) \end{cases} \quad (10)$$

である。次に分析側のフィルタ $H_i(z)$ の設計について考える。

3. IIR 完全再構成フィルタバンクの設計

ここでは、全域通過回路を用いた $H_i(z)$ の設計について述べる。 $A(z)$ と $B(z)$ はそれぞれ L_1 次と L_2 次の全域通過回路と仮定し、その伝達関数を次のように定義する。

$$A(z) = z^{-L_1} \frac{\sum_{n=0}^{L_1} a_n z^n}{\sum_{n=0}^{L_1} a_n z^{-n}} \quad (11)$$

$$B(z) = z^{-L_2} \frac{\sum_{n=0}^{L_2} b_n z^n}{\sum_{n=0}^{L_2} b_n z^{-n}} \quad (12)$$

ここで、フィルタ係数 a_n, b_n は実数で、 $a_0 = b_0 = 1$ である。 $A(z)$ と $B(z)$ の位相特性をそれぞれ $\theta_1(\omega)$, $\theta_2(\omega)$ とする。安定な全域通過回路の場合、 $\theta_i(0) = 0$, $\theta_i(\pi) = -L_i\pi$ であり、その位相特性は周波数に対し単調減少する性質をもつ[9],[10]。

3.1 所望位相特性

式(9)から、 $H_1(z)$ の伝達関数は

$$H_1(z) = \frac{1}{2}\{z^{-2N-1} + A(z^2)\} \quad (13)$$

である。 $H_1(z)$ が低域フィルタになるには、 $A(z^2)$ の位相特性は

$$\theta_1(2\omega) = \begin{cases} -(2N+1)\omega & (0 \leq \omega \leq \omega_p) \\ -(2N+1)\omega \pm \pi & (\omega_s \leq \omega \leq \pi) \end{cases} \quad (14)$$

でなければならない。但し、 $\omega_p + \omega_s = \pi$ である。全域通過回路の安定条件から、 $A(z)$ の次数は $L_1 = N$ あるいは $L_1 = N+1$ であることが必要である。よって、 $A(z)$ の所望位相特性は

$$\theta_1(\omega) = -\left(N + \frac{1}{2}\right)\omega \quad (0 \leq \omega \leq 2\omega_p) \quad (15)$$

である。式(15)の所望位相特性に $A(z)$ を近似すれば、近似的な直線位相特性を有する低域フィルタ $H_1(z)$ が得られる。また、低域フィルタのときに得られた $A(z^2)$ を $-A(z^2)$ で置き換えると、高域フィルタも設計できる。式(9)から、 $H_0(z)$ の伝達関数は

$$H_0(z) = z^{-2M} - H_1(z)B(z^2) \quad (16)$$

である。 $H_1(z)$ の阻止域 $[\omega_s, \pi]$ においては、 $H_1(z)$ の振幅が0であるため、 $H_0(z)$ の振幅は1となり、通過域になる。そのとき、 $H_0(z)$ の位相特性は直線位相である。 $H_1(z)$ の通過域 $[0, \omega_p]$ では、理想的に、 $H_1(z) = z^{-2N-1}$ であるので、

$$\begin{aligned} H_0(z) &= z^{-2N-1}\{z^{-2(M-N)+1} - B(z^2)\} \\ &= z^{-2N-1}\hat{H}_0(z) \end{aligned} \quad (17)$$

となる。よって、 $H_0(z)$ が阻止域になるには、 $B(z)$ の所望位相特性は

$$\theta_2(\omega) = -\left(M - N - \frac{1}{2}\right)\omega \quad (0 \leq \omega \leq 2\omega_p) \quad (18)$$

でなければならない。安定な $B(z)$ を得るために、その次数は $L_2 = M - N - 1$ あるいは $L_2 = M - N$ である。従って、式(15)と式(18)の所望位相特性に $A(z)$ と $B(z)$ を直接近似すれば、安定な IIR 完全再構成フィルタバンクが設計でき、かつ分析側と合成側のフィルタはともに近似的な直線位相特性をもつ。

3.2 任意の平たん度をもつハーフバンドフィルタ

ここでは、遅延器と全域通過回路によるハーフバンドフィルタの設計について述べる。従来の設計法では、主に最大平たんフィルタと等リプルフィルタの設計を考えている。近年ウェーブレット変換を用いた信号処理手法がさまざまな分野で幅広く応用され、それらの応用では、ウェーブレット関数が滑らかに変化するというレギュラリティ条件が要求される。このレギュラリティ条件はフィルタバンクの平たん条件と等価である[2],[8]。よって、レギュラリティ条件からみると、最大平たんフィルタは最も望ましい特性である。また、信号の帯域分割の観点から、フィルタの周波数選択性も非常に重要で、振幅誤差を最小化する必要がある。しかし、フィルタの平たん性と周波数選択性は互いに矛盾している。つまり、最大平たんフィルタでは、最

良周波数選択性が得られず、最良周波数選択性を有するフィルタは最大平坦特性をもたない。よって、ここでは、与えられた平坦条件を満たしながら、最大振幅誤差を最小にする IIR ハーフバンドフィルタ（本論文では、任意の平坦度をもつフィルタと称す）の設計について考える。式 (13) の $H_1(z)$ のかわりに、そのコンプリメンタリフィルタ $\hat{H}_1(z)$ を考える。

$$\hat{H}_1(z) = \frac{1}{2} \{z^{-2N-1} - A(z^2)\} \quad (19)$$

$\hat{H}_1(z)$ の振幅特性は

$$\begin{aligned} |\hat{H}_1(e^{j\omega})| &= \frac{\sum_{n=0}^{L_1} a_n \sin\left(2n - L_1 + N + \frac{1}{2}\right)\omega}{\sqrt{\left(\sum_{n=0}^{L_1} a_n \cos 2n\omega\right)^2 + \left(\sum_{n=0}^{L_1} a_n \sin 2n\omega\right)^2}} \\ &= \sin \theta_{1e}(\omega) \end{aligned} \quad (20)$$

で表される。ここで、

$$\theta_{1e}(\omega) = \tan^{-1} \frac{\sum_{n=0}^{L_1} a_n \sin\left(2n - L_1 + N + \frac{1}{2}\right)\omega}{\sum_{n=0}^{L_1} a_n \cos\left(2n - L_1 + N + \frac{1}{2}\right)\omega} \quad (21)$$

である。また、 $H_1(z)$ の振幅特性は

$$|H_1(e^{j\omega})| = \cos \theta_{1e}(\omega) \quad (22)$$

である。よって、

$$|H_1(e^{j\omega})|^2 + |\hat{H}_1(e^{j\omega})|^2 = 1 \quad (23)$$

となり、高域フィルタ $\hat{H}_1(z)$ を設計すれば、低域フィルタ $H_1(z)$ が得られる。式 (20), (21) と (22) からわかるように、 $|H_1(e^{j\omega})| = |\hat{H}_1(e^{j(\pi-\omega)})|$ であるので、

$$|\hat{H}_1(e^{j\omega})|^2 + |\hat{H}_1(e^{j(\pi-\omega)})|^2 = 1 \quad (24)$$

である。従って、 $\hat{H}_1(z)$ の阻止域のみを近似すれば、全体の特性が得られる。ここで、 $\hat{H}_1(z)$ が $\omega = 0$ に $2J_1 + 1$ 次の平坦度をもつと仮定する。すなわち、

$$\left. \frac{d^i |\hat{H}_1(e^{j\omega})|}{d\omega^i} \right|_{\omega=0} = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, 2J_1) \quad (25)$$

である。これは $z = 1$ に $2J_1 + 1$ 個の零点をもつことと等価である。式 (21) から、 $\theta_{1e}(0) = 0$ であるので、 $\hat{H}_1(z)$ は $z = 1$ に少なくとも一つの零点を有する。また、 $\hat{H}_1(z)$ の未知係数の数が L_1 であるため、フィルタ係数の対称性を考慮し、独立零点の数は $2L_1$ 個である。よって、 J_1 は

$$0 \leq J_1 \leq L_1 \quad (26)$$

の関係を満たす。 $J_1 = 0$ のとき、最大振幅誤差が最小になる等リプルフィルタとなり、 $J_1 = L_1$ のとき、最大平坦フィルタとなる。 $\hat{H}_1(z)$ が $z = 1$ に $2J_1 + 1$ 個の零点をもつため、式 (20) の分子多項式から

$$\sum_{n=0}^{L_1} (2n - I_1)^{2i-1} a_n = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, J_1) \quad (27)$$

が得られる。但し、 $I_1 = L_1 - N - 1/2$ である。次に、残りの $2(L_1 - J_1)$ 個の独立零点を用いて、 $\hat{H}_1(z)$ の振幅特性が等リプル特性になるように設計する。振幅誤差を最小化するために、残りの独立零点がすべて単位円上に存在する必要がある。よって、帯域 $[0, \omega_p]$ に $L_1 - J_1 + 1$ 個のサンプル周波数点 ω_i を次のように設定することができる。

$$0 < \omega_0 < \omega_1 < \dots < \omega_{L_1-J_1} = \omega_p \quad (28)$$

Remez アルゴリズムを用いて式 (20) の振幅特性を定式化すると、

$$|\hat{H}_1(e^{j\omega_i})| = \sin \theta_{1e}(\omega_i) = (-1)^i \delta_m \quad (29)$$

となる。ここで、 δ_m は振幅誤差である。式 (21) と式 (29) から、

$$\frac{\sum_{n=0}^{L_1} a_n \sin(2n - I_1)\omega_i}{\sum_{n=0}^{L_1} a_n \cos(2n - I_1)\omega_i} = (-1)^i \delta \quad (30)$$

が得られる。但し、 $\delta = \tan(\sin^{-1} \delta_m) = \delta_m / \sqrt{1 - \delta_m^2}$ である。式 (27) と (30) をまとめると、

$$PA = \delta QA \quad (31)$$

となる。ここで、 $A = [a_0, a_1, \dots, a_{L_1}]^T$ であり、 P , Q の要素 P_{ij} , Q_{ij} は、 $0 \leq i \leq L_1 - J_1$ のとき、

$$\begin{cases} P_{ij} = \sin(2j - I_1)\omega_i \\ Q_{ij} = (-1)^i \cos(2j - I_1)\omega_i \end{cases} \quad (32)$$

であり, $L_1 - J_1 + 1 \leq i \leq L_1$ のとき,

$$\begin{cases} P_{ij} = (2j - I_1)^{2(i-L_1+J_1)-1} \\ Q_{ij} = 0 \end{cases} \quad (33)$$

である。但し, $0 \leq j \leq L_1$ である。明らかに, 式 (31) は一般化した固有値問題である。よって, 文献 [9] に示されたように, 式 (31) の固有値問題を解くことで, 最適近似解が求められる。具体的な設計アルゴリズムは以下に示される。

3.3 設計アルゴリズム

1. フィルタの設計仕様 N , L_1 , J_1 とカットオフ周波数 ω_p を与える。
2. 式 (28) のように $L_1 - J_1 + 1$ 個のサンプル周波数点 ω_i の初期値を等間隔に設定する。
3. 式 (31) の固有値問題を解いて, フィルタ係数 a_n を求める。
4. 得られた a_n を用いて, $\hat{H}_1(z)$ の振幅特性を計算し, 阻止域にその極値周波数点 $\bar{\omega}_i$ を探す。
5. $\sum_{i=0}^{L_1-J_1} |\bar{\omega}_i - \omega_i| < \epsilon$ を満たすならば, 終了する。満たさない場合は 6. へ進む。但し, ϵ は与えられた収束許容値である。
6. $\omega_i = \bar{\omega}_i$ ($i = 0, 1, \dots, L_1 - J_1$) として, 3. へ戻る。

3.4 $H_0(z)$ の設計

3.2 で提案した設計法を用いて $A(z)$ を設計し, 任意の平坦度をもつ $H_1(z)$ が求められる。そのとき, 得られた $H_1(z)$ の阻止域における最大振幅誤差は $\delta_{s1} \simeq \delta_a/2$ で, 通過域の最大振幅誤差は $\delta_{p1} \simeq \delta_a^2/8$ である。但し, δ_a は $A(z)$ の最大位相誤差である。 $B(z)$ も同様に設計できるが, $A(z)$ と $B(z)$ の位相特性がともに等リプルであるように設計しても, 式 (16) からわかるように, $H_0(z)$ の振幅特性は等リプル特性になるとは限らない。ほとんどの場合, $H_0(z)$ の等リプル特性が得られない。そこで, 文献 [12] では, $B(z) = A(z)$ とし, $H_0(z)$ の等リプル特性を得ている。式 (16) の $H_0(z)$ を変形し,

$$\begin{aligned} H_0(z) &= z^{-2M} \left\{ 1 - \frac{B(z^2)}{z^{2N-2M+1}} \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{A(z^2)}{z^{-2N-1}} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

となる。文献 [12] では, $M = 2N + 1$ であるので,

$$\frac{B(z^2)}{z^{2N-2M+1}} = \frac{A(z^2)}{z^{-2N-1}} \quad (35)$$

である。安定条件を満たすため, $A(z)$ の次数は $L_1 = N$ あるいは $L_1 = N + 1$ である。よって, $\omega = \pi/2$ における $A(z^2)$ と z^{-2N-1} の位相差は $\pm\pi/2$ となり, すなわち,

$$\frac{A(e^{j\pi})}{e^{-j(N+1/2)\pi}} = e^{\pm j\frac{\pi}{2}} = \pm j \quad (36)$$

である。従って,

$$\begin{aligned} |H_0(e^{j\frac{\pi}{2}})| &= \left\| 1 \mp \frac{j}{2}(1 \pm j) \right\| = \left\| \frac{3}{2} \mp \frac{j}{2} \right\| \\ &= \frac{\sqrt{10}}{2} \end{aligned} \quad (37)$$

となり, 遷移域に大きなリプルが生じてしまう。また, 阻止域においては, $H_0(z)$ の最大振幅誤差 δ_{s0} は

$$\delta_{s0} = \left\| 1 - e^{j\delta_a} \frac{1}{2}(1 + e^{j\delta_a}) \right\| \simeq \frac{3\delta_a}{2} \simeq 3\delta_{s1} \quad (38)$$

である。言い換えると, $H_0(z)$ はその次数が $H_1(z)$ に比べて高いにもかかわらず, 阻止域の振幅誤差は $H_1(z)$ より 3 倍も大きくなってしまふ。これは, $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の両方が一つの全域通過回路 $A(z)$ より決定されたため, 両者の振幅特性は独自に設計できないからである。本論文では, $H_0(z)$ の振幅特性が等リプル特性になるよう, 直接 $B(z)$ を設計することを考える。 $A(z)$ と異なる $B(z)$ を用いることで, $H_0(z)$ の振幅誤差を自由にコントロールすることができ, 遷移域に問題となった大きなリプルを抑えることができる。安定な $B(z)$ を得るため, その次数が $L_2 = M - N - 1$ あるいは $L_2 = M - N$ である必要がある。よって, $A(z)$ との組合せは 4 通り存在する。まず, $A(z)$ の次数が $L_1 = N$ の場合を考える。そのとき, $\omega = \pi/2$ において, $A(z^2)$ と遅延 z^{-2N-1} の位相差は $\pi/2$ である。よって, 直線位相成分 $-(2N+1)\omega$ を除いて, $H_1(z)$ の位相差は $\pi/4$ となり, その振幅は $1/\sqrt{2}$ である。 $B(z)$ の次数を $L_2 = M - N - 1$ と選ぶと, $\omega = \pi/2$ における $B(z^2)$ と $z^{2N-2M+1}$ の位相差も $\pi/2$ となる。よって, $B(z^2)H_1(z)$ の位相差は $3\pi/4$ となり, 文献 [12] と同様に大きなリプルが生じてしまう。一方, $L_2 = M - N$ の場合, $B(z^2)$ の位相差は $-\pi/2$ となるので, $B(z^2)H_1(z)$ の位相差は $-\pi/4$ となり,

$$|H_0(e^{j\frac{\pi}{2}})| = \left\| 1 - (-j) \frac{1}{2}(1 + j) \right\| = \frac{\sqrt{2}}{2} < 1 \quad (39)$$

である。従って、 $L_1 = N$ のとき、 $L_2 = M - N$ とすると、遷移域の大きなリプルを抑えることができる。また、 $L_1 = N + 1$ の場合も同様に、 $L_2 = M - N$ と選ぶと、大きなリプルが生じてしまい、 $L_2 = M - N - 1$ と設定すればよい。 $H_0(z)$ の阻止域は $H_1(z)$ の通過域に対応している。 $H_1(z)$ の通過域の振幅誤差は阻止域誤差に比べて十分小さくなる。よって、阻止域において、 $H_0(z)$ の振幅特性は

$$\begin{aligned} |H_0(e^{j\omega})| &= \|1 - e^{j(2\theta_{2e}(\omega) + \theta_{1e}(\omega))} \cos \theta_{1e}(\omega)\| \\ &\simeq \|1 - e^{j(2\theta_{2e}(\omega) + \theta_{1e}(\omega))}\| \\ &= 2 \sin \left(\theta_{2e}(\omega) + \frac{\theta_{1e}(\omega)}{2} \right) \end{aligned} \quad (40)$$

となる。ここで、

$$\theta_{2e}(\omega) = \tan^{-1} \frac{\sum_{n=0}^{L_2} b_n \sin(2n - I_2)\omega}{\sum_{n=0}^{L_2} b_n \cos(2n - I_2)\omega} \quad (41)$$

であり、 $I_2 = L_2 + N - M + 1/2$ である。 $H_0(z)$ の振幅特性が阻止域において等リプル特性になるには、位相特性 $\theta_{2e}(\omega) + \theta_{1e}(\omega)/2$ が等リプルになる必要がある。よって、

$$\theta_{2e}(\omega_i) + \frac{\theta_{1e}(\omega_i)}{2} = (-1)^i \delta_{ph} \quad (42)$$

のように定式化し直せば、等リプル特性が得られる。ここで、 δ_{ph} は位相誤差である。式 (42) を書き直すと、

$$\frac{\sum_{n=0}^{L_2} b_n \sin \left\{ (2n - I_2)\omega_i + \frac{\theta_{1e}(\omega_i)}{2} \right\}}{\sum_{n=0}^{L_2} b_n \cos \left\{ (2n - I_2)\omega_i + \frac{\theta_{1e}(\omega_i)}{2} \right\}} = (-1)^i \delta \quad (43)$$

である。但し、 $\delta = \tan \delta_{ph}$ である。また、 $H_0(z)$ が $\omega = 0$ に $2J_2 + 1$ 次の平坦度をもつと仮定する。 $H_0(z)$ を書き直すと、

$$\begin{aligned} H_0(z) &= z^{-2M} - B(z^2) \frac{1}{2} \{ z^{-2N-1} + A(z^2) \} \\ &= z^{-2M} - B(z^2) z^{-2N-1} \\ &\quad + B(z^2) \frac{1}{2} \{ z^{-2N-1} - A(z^2) \} \\ &= z^{-2N-1} \hat{H}_0(z) + B(z^2) \hat{H}_1(z) \end{aligned} \quad (44)$$

となる。従って、 $H_0(z)$ の平坦度は $\hat{H}_0(z)$ と $\hat{H}_1(z)$ の平坦度の低いほうと同じであり、必ず $J_2 \leq J_1$ である。実際の設計では、要求される平坦度の高いフィルタを $H_1(z)$ 、低いフィルタを $H_0(z)$ として設計する必要がある。式 (44) から、 $H_0(z)$ の平坦ん条件は $\hat{H}_0(z)$ の平坦ん条件となる。よって、その平坦ん条件は式 (27) と同様に

$$\sum_{n=0}^{L_2} (2n - I_2)^{2i-1} b_n = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, J_2) \quad (45)$$

である。具体的な設計アルゴリズムは 3.3 に示したものと同一である。また、 $H_0(z)$ の通過域において、その最大振幅誤差 δ_{p0} は

$$\delta_{p0} \simeq \frac{3\delta_a^2}{8} + \frac{\delta_a \delta_b}{2} \quad (46)$$

であり、十分小さくなることがわかる。ここで、 δ_b は $B(z)$ の最大位相誤差である。

4. 設計例

[設計例 1] {等リプルフィルタ}

フィルタバンクの設計仕様は $N = 8$, $M = 16$, $\omega_p = 0.4\pi$ で、 $A(z)$, $B(z)$ の次数は $L_1 = L_2 = 8$ である。 $J_1 = J_2 = 0$ と設定し、提案した方法を用いて等リプルフィルタを設計した。得られた $A(z)$ と $B(z)$ の位相特性を図 3 に、位相誤差特性を図 4 に示す。また、 $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の振幅特性と位相特性はそれぞれ図 5 と図 6 に示されている。図 5 では、 $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の振幅特性はともに等リプル特性であるこ

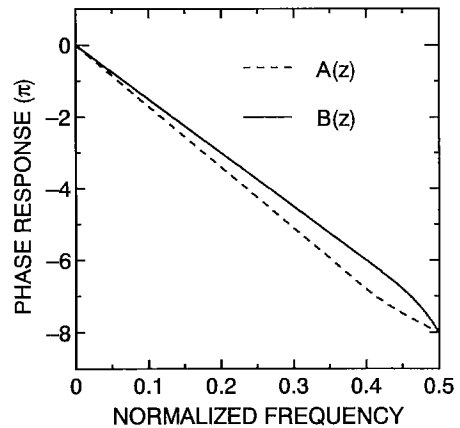


図3 設計例1の $A(z)$ と $B(z)$ の位相特性
Fig. 3 Phase responses of $A(z)$ and $B(z)$ in Example 1.

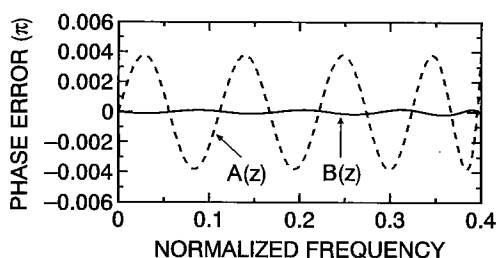


図4 設計例1の $A(z)$ と $B(z)$ の位相誤差特性
Fig.4 Phase errors of $A(z)$ and $B(z)$ in Example 1.

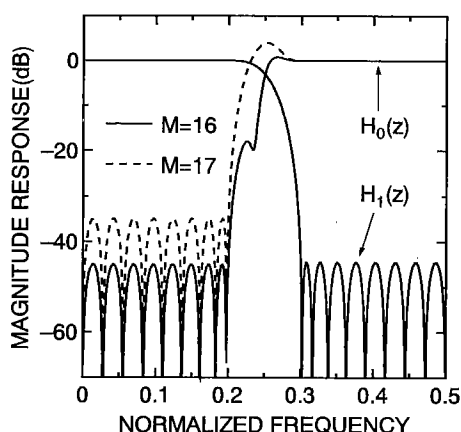


図5 設計例1の $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の振幅特性
Fig.5 Magnitude responses of $H_0(z)$ and $H_1(z)$ in Example 1.

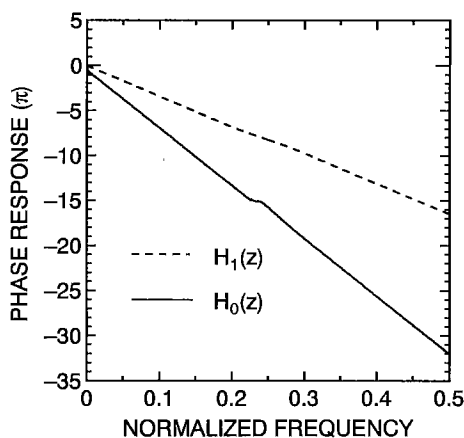


図6 設計例1の $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の位相特性
Fig.6 Phase responses of $H_0(z)$ and $H_1(z)$ in Example 1.

とがわかる。図6から明らかに、近似的な直線位相特性が得られた。また、比較のため、文献[12]の従来法で、 $B(z) = A(z)$ としたときの $H_0(z)$ の振幅特性も図5にあわせて示されている。そのとき、 $B(z)$ の次数も $L_2 = 8$ で、 $M = 17$ であった。図5からわかるように、 $B(z) = A(z)$ の場合、遷移域に大きなリプルが生じ、 $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の間に約10dBの阻止域減衰量の差があった。従って、 $A(z)$ と異なる $B(z)$ を用いることで、遷移域における $H_0(z)$ の大きなリプルを抑えることができる。

[設計例2] { 任意の平坦度を有するフィルタ }

フィルタバンクの設計仕様は $N = 8$, $M = 18$, $\omega_p = 0.4\pi$ で、 $A(z)$, $B(z)$ の次数は $L_1 = 8$, $L_2 = 10$ である。 $J_1 = J_2 = 4$ と設定し、提案した方法を用いてフィルタバンクを設計した。得られた $A(z)$ と $B(z)$ の位相特性を図7に、位相誤差特性を図8に示す。そのとき、 $H_0(z)$ と $H_1(z)$ は同じ平坦度をもち、その振幅特性は図9に示され、ともに等リプル特性である

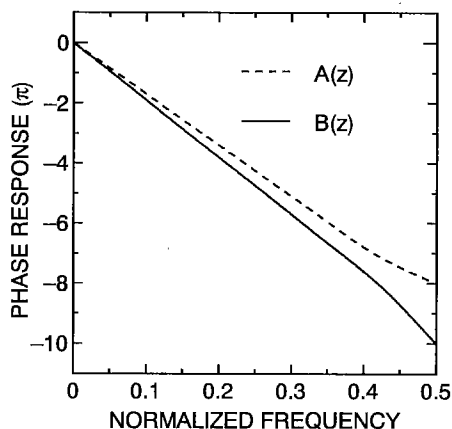


図7 設計例2の $A(z)$ と $B(z)$ の位相特性
Fig.7 Phase responses of $A(z)$ and $B(z)$ in Example 2.

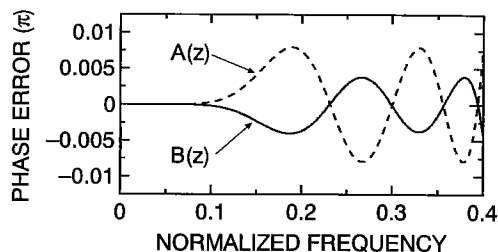


図8 設計例2の $A(z)$ と $B(z)$ の位相誤差特性
Fig.8 Phase errors of $A(z)$ and $B(z)$ in Example 2.

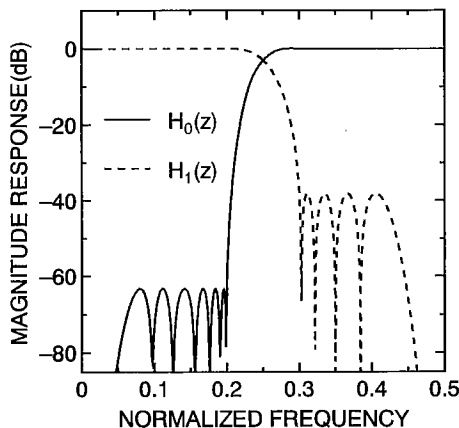


図9 設計例2の $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の振幅特性
Fig.9 Magnitude responses of $H_0(z)$ and $H_1(z)$ in Example 2.

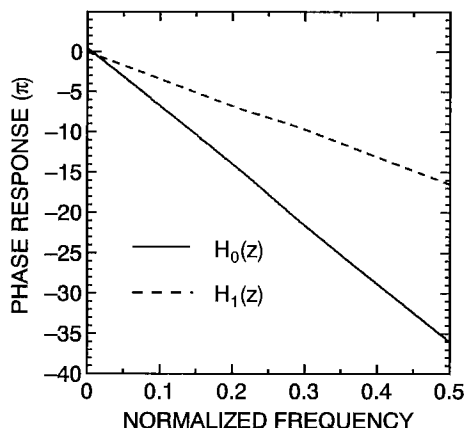


図10 設計例2の $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の位相特性
Fig.10 Phase responses of $H_0(z)$ and $H_1(z)$ in Example 2.

ことがわかる。 $B(z)$ の次数を増やして、 $H_0(z)$ の振幅誤差を小さくすることができる。図10では、 $H_0(z)$ と $H_1(z)$ の位相特性が示され、明らかに近似的な直線位相特性である。

5. む す び

本論文では、全域通過回路を用いて、完全再構成条件と安定条件を同時に満たす2チャネルIIR直線位相フィルタバンクの新しい設計法を提案した。まず、フィルタバンクの完全再構成条件から、構造上完全再構成条件を満たす一つのフィルタ構成を示した。このフィルタ構成では、係数量子化にもかかわらず完全再構成

条件が必ず満たされるので、フィルタバンクの設計問題は遅延器と全域通過回路によるハーフバンドフィルタの設計になる。遅延器と全域通過回路を並列接続したIIRハーフバンドフィルタの設計に関しては、平たん条件が任意に指定できるハーフバンドフィルタの設計法を与えた。また、フィルタバンクに二つの異なる全域通過回路を用いることで、低域と高域フィルタの振幅特性を自由に設計することができ、従来問題となった遷移域における大きなリプルを抑えることができた。

文 献

- [1] S.K. Mitra and J.F. Kaiser, Handbook for Digital Signal Processing, John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [2] P.P. Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1993.
- [3] M. Vetterli, "Filter banks allowing perfect reconstruction," Signal Processing, vol.10, no.3, pp.219-244, 1986.
- [4] P.P. Vaidyanathan, P.A. Regalia, and S.K. Mitra, "Design of doubly complementary IIR digital filters using a single complex allpass filter, with multirate applications," IEEE Trans. Circuits & Syst., vol.CAS-34, no.4, pp.378-389, April 1987.
- [5] P.P. Vaidyanathan and P.Q. Hoang, "Lattice structures for optimal design and robust implementation of two channel perfect reconstruction QMF banks," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.36, no.1, pp.81-94, Jan. 1988.
- [6] P.A. Regalia, S.K. Mitra, and P.P. Vaidyanathan, "The digital allpass filters: A versatile signal processing building block," Proc. IEEE, vol.76, no.1, pp.19-37, Jan. 1988.
- [7] P.P. Vaidyanathan, "Multirate digital filters, filter banks, polyphase networks, and applications: a tutorial," Proc. IEEE, vol.78, no.1, pp.56-93, Jan. 1990.
- [8] M. Vetterli and C. Herley, "Wavelets and filter banks: theory and design," IEEE Trans. Signal Processing, vol.40, no.9, pp.2207-2232, Sept. 1992.
- [9] 張 熙, 岩倉 博, "固有値問題に基づいたデジタル全域通過回路の設計," 信学論 (A), vol.J76-A, no.12, pp.1675-1683, Dec. 1993.
- [10] 張 熙, 岩倉 博, "指定位相誤差特性を有するデジタル全域通過関数の設計," 信学論 (A), vol.J78-A, no.3, pp.349-356, March 1995.
- [11] S. Basu, C.H. Chiang, and H.M. Choi, "Wavelets and perfect reconstruction subband coding with causal stable IIR filters," IEEE Trans. Circuits & Syst.-II, vol.42, no.1, pp.24-38, Jan. 1995.
- [12] S.M. Phoong, C.W. Kim, P.P. Vaidyanathan, and R. Ansari, "A new class of two-channel biorthogonal filter banks and wavelet bases," IEEE Trans. Signal Processing, vol.43, no.3, pp.649-665, March 1995.
- [13] M.M. Ekanayake and K. Premaratne, "Two-channel IIR

QMF banks with approximately linear phase analysis and synthesis filters," IEEE Trans. Signal Processing, vol.43, no.10, pp.2313-2322, Oct. 1995.

- [14] X. Zhang and H. Iwakura, "Equiripple design of QMF banks using digital allpass networks," IEICE Trans. Fundamentals, vol.E78-A, no.8, pp.1010-1016, Aug. 1995.
- [15] 奥田正浩, 福岡 崇, 池原雅章, 高橋進一, "因果性を満たす2分割完全再構成 IIR フィルタバンクの設計," 信学論 (A), vol.J80-A, no.3, pp.454-462, March 1997.

(平成9年5月14日受付, 7月23日再受付)



張 熙 (正員)

1984 中国南京航空航天大学電子工程系卒。1993 電気通信大学大学院博士課程了。工博。1984 南京航空航天大学助手。1993 電気通信大学助手。現在、長岡技術科学大学助教授。1987 年度中国国家科学技術進歩三等賞受賞。デジタル信号処理, 近似理論,

ウェーブレット等の研究に従事。IEEE 会員。



吉川 敏則 (正員)

昭46 東工大・電子卒。昭51 同大学院博士課程了。工博。埼玉大工学部助手, 同大講師を経て, 昭58より長岡技術科学大学助教授。現在, 同大教授。デジタル信号処理, コンピュータのソフトウェア応用等の研究に従事。IEEE 会員。