論　文

任意の平たん度を有する低遅延 FIR ハーフバンドフィルタの設計とフィルタバンクへの応用

張　　熙[†]　　猪爪堅太郎[†]　　吉川　敏則[†]

Design of Low Delay FIR Half-Band Filters with Arbitrary Flatness and Its Application to Filter Banks

Xi ZHANG[†], Kentaro INOTSUME[†], and Toshinori YOSHIKAWA[†]

あらまし　ハーフバンドフィルタはディジタルフィルタの中で重要なフィルタの一つであり，フィルタバンクやウェーブレットなどの応用によく使われている．従来の設計法では，主に完全直線位相特性を有する FIR ハーフバンドフィルタを取り扱ってきたが，高次数のフィルタが必要な場合は，完全直線位相フィルタは大きな群遅延特性をもつ問題点がある．本論文では，群遅延特性がより低くなるような FIR ハーフバンドフィルタの設計を考える．また，フィルタバンクやウェーブレットなどの応用から，ハーフバンドフィルタに対して平たんな振幅特性が要求される．よって，ここでは，任意の平たん度を有する低遅延 FIR ハーフバンドフィルタの新しい設計法を提案する．本設計法では，与えられた平たん条件を考慮すると同時に，複素 Remez アルゴリズムを用いて阻止域で定式化を行う．したがって，簡単な線形方程式を解くだけで，フィルタ係数が容易に求められる．そして，阻止域において，反復計算を行い，等リプル特性が得られる．最後に，低遅延特性を有する 2 チャネル完全再構成フィルタバンクの設計に本設計法を適用し，その有効性を示す．

キーワード　FIR ハーフバンドフィルタ，低遅延フィルタ，平たん特性，フィルタバンク

1. まえがき

ハーフバンドフィルタはディジタルフィルタの中で重要なフィルタの一つであり，フィルタバンクやウェーブレットなどの応用によく使われている [1]〜[3]．ハーフバンドフィルタの従来の設計法 [1]〜[5] では，主に完全直線位相特性を有する FIR ハーフバンドフィルタを取り扱ってきた．しかし，FIR 完全直線位相フィルタは，そのフィルタ係数が対称であるため，フィルタの群遅延特性がフィルタ次数の半分となる．よって，フィルタ次数が高くなるにつれ，群遅延特性も大きくなってしまう．急しゅんな振幅特性が要求され，高次数のフィルタが必要な場合は，FIR 完全直線位相フィルタの大きな群遅延特性が問題となる．特に実時間信号処理の場合は，システム全体に悪影響を及ぼす恐れがある [7], [9]．よって，群遅延特性がより低くなるような FIR ハーフバンドフィルタの設計が必要となる [11]．

本論文では，低遅延特性を有する FIR ハーフバンドフィルタの設計について考える．まず，FIR ハーフバンドフィルタの時間域条件から，フィルタの周波数特性における制約条件及び性質について調べる．この性質より，低遅延 FIR ハーフバンドフィルタの設計問題は阻止域における振幅誤差の最小化問題に帰着できることを示す．また，フィルタバンクやウェーブレットなどの応用 [6]〜[9] から，ハーフバンドフィルタに対して平たんな振幅特性が要求される．よって，本論文では，任意の平たん度を有する低遅延 FIR ハーフバンドフィルタの新しい設計法を提案する．本設計法では，与えられた平たん条件を考慮しながら，阻止域に複素 Remez アルゴリズムを適用して，FIR ハーフバンドフィルタの設計問題を線形問題の形で定式化する．したがって，簡単な線形方程式を解くだけで，フィルタ係数が容易に求められる．そして，阻止域において，反復計算を行い，等リプル特性が得られる．本設計法の特長は，FIR ハーフバンドフィルタの群遅延特性が低く設定することができ，かつ平たん度が任意に与え

[†] 長岡技術科学大学工学部電気系，長岡市
Department of Electrical Engineering, Nagaoka University of Technology, Nagaoka-shi, 940–2188 Japan

られることである．最後に，本設計法を用いて，低遅延特性を有する 2 チャネル完全再構成フィルタバンクを設計し，本設計法の有効性を示す．

2. 低遅延 FIR ハーフバンドフィルタ

$2N$ 次の FIR ディジタルフィルタの伝達関数 $H(z)$ は次式で定義される．

$$H(z) = \sum_{n=0}^{2N} h_n z^{-n} \tag{1}$$

ここで，フィルタ係数 h_n は実数である．ハーフバンドフィルタを設計する場合，時間領域においては，そのインパルス応答は次式の制約条件を満たす必要がある [11]．

$$\begin{cases} h_K = \dfrac{1}{2} \\ h_{K+2k} = 0 \quad (k = \pm 1, \pm 2, \cdots) \end{cases} \tag{2}$$

ここで，K は奇数である．また，周波数領域においては，所望の周波数特性は

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-jK\omega} & (0 \leqq \omega \leqq \omega_p) \\ 0 & (\omega_s \leqq \omega \leqq \pi) \end{cases} \tag{3}$$

である．ここで，ω_p と ω_s はそれぞれ通過域と阻止域端周波数であり，$\omega_p + \omega_s = \pi$ である．式 (3) からわかるように，通過域では，ハーフバンドフィルタの所望群遅延特性は K である．すなわち，K を大きくあるいは小さく設定して，フィルタの群遅延特性をコントロールすることができる．FIR ハーフバンドフィルタの従来の設計法では，完全直線位相特性を得るため，フィルタ係数が対称であることが必要である．よって，フィルタの群遅延特性はフィルタ次数の半分となり，すなわち，$K = N$ である．フィルタ次数 $2N$ が大きくなるにつれ，群遅延特性 K も大きくなってしまう．急しゅんな振幅特性が要求され，高次数のフィルタが必要な場合は，FIR 完全直線位相フィルタの大きな群遅延特性が問題となる．特に，実時間信号処理などの応用では，システム全体に悪影響を及ぼす恐れがある [7], [9]．そこで，本論文では，群遅延特性がより低くなるようなハーフバンドフィルタの設計について考える．つまり，図 1 に示されるように，完全直線位相フィルタの場合に必要なフィルタ係数の対称条件を外して，K をより小さく設定することである．また，FIR 完全直線位相ハーフバンドフィルタでは，$K = N$ であるため，N も奇数となる．よって，次数が $2N = 2, 6, 10, \cdots$ のようなハーフバンドフィルタしか設計できなかった．一方，本論文では，フィルタ係数の対称条件を外したため，$2N = 2, 6, 10, \cdots$ のフィルタのみならず，$2N = 4, 8, 12, \cdots$ のフィルタも設計できる．

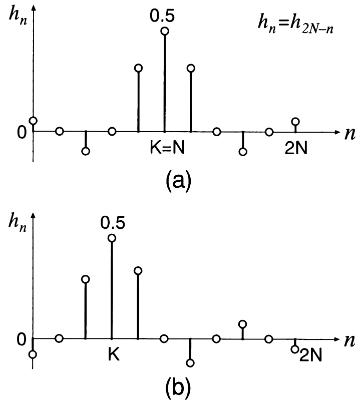

図 1 FIR ハーフバンドフィルタのインパルス応答
Fig. 1 Impulse responses of FIR half-band filters.

式 (2) の時間域条件を用いて式 (1) に代入すると，FIR ハーフバンドフィルタの伝達関数は

$$H(z) = \frac{1}{2} z^{-K} + \sum_{n=0}^{N} a_n z^{-2n} \tag{4}$$

となる．ただし，$a_n = h_{2n}$ である．式 (4) の伝達関数から遅延成分 z^{-K} を除いた伝達関数を $\hat{H}(z)$ とすると，

$$\hat{H}(z) = z^K H(z) = \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{N} a_n z^{K-2n} \tag{5}$$

である．よって，$\hat{H}(z)$ の周波数特性は

$$\hat{H}(e^{j\omega}) = e^{jK\omega} H(e^{j\omega}) = \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{N} a_n e^{j(K-2n)\omega} \tag{6}$$

である．式 (3) から，$\hat{H}(z)$ の所望周波数特性は

$$\hat{H}_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1 & (0 \leqq \omega \leqq \omega_p) \\ 0 & (\omega_s \leqq \omega \leqq \pi) \end{cases} \tag{7}$$

である．式 (6) からわかるように，$\hat{H}(z)$ の周波数特性は次式の関係を満たしている．

$$\hat{H}(e^{j\omega}) + \hat{H}^*(e^{j(\pi-\omega)}) \equiv 1 \tag{8}$$

ここで，x^* は x の複素共役を表す．式 (8) は，式 (2) の時間域条件から，二つの周波数点 ω と $\pi-\omega$ における $\hat{H}(z)$ の周波数特性にある制約条件が課されていることを意味する．式 (8) を変形すると，

$$\hat{H}(e^{j\omega_0}) = 1 - \hat{H}^*(e^{j(\pi-\omega_0)}) \tag{9}$$

となる．ここで，ω_0 を通過域内のある周波数点とする．よって，$\pi-\omega_0$ は阻止域に位置する．式 (9) から，$\hat{H}(z)$ の通過域における周波数特性は阻止域の周波数特性に依存することがわかる．したがって，阻止域での振幅を 0 にすれば，通過域では，$\hat{H}(e^{j\omega}) = 1$，すなわち，$H(e^{j\omega}) = e^{-jK\omega}$ となる．阻止域における最大振幅誤差を δ_s と仮定すると，通過域では，最大振幅誤差 δ_p と最大位相誤差 $\Delta\theta_p$ は

$$\begin{cases} \delta_p \leqq \delta_s \\ \Delta\theta_p \leqq \sin^{-1}\delta_s \end{cases} \tag{10}$$

となり，通過域の振幅誤差と位相誤差はすべて阻止域の振幅誤差より決定される．したがって，低遅延 FIR ハーフバンドフィルタの設計問題は阻止域における振幅誤差の最小化問題に帰着される．以下は阻止域における $\hat{H}(z)$ の近似について考える．

3. 任意の平たん度を有する低遅延 FIR ハーフバンドフィルタの設計

フィルタバンクやウェーブレットなどの応用 [6]～[9] では，ウェーブレットのレギュラリティ条件から，ハーフバンドフィルタに対して，平たんな振幅特性が要求される．ここでは，任意の平たん度をもつ低遅延 FIR ハーフバンドフィルタの設計について考える．式 (4) の伝達関数 $H(z)$ には $N+1$ 個の未知のフィルタ係数がある．よって，$H(z)$ は $N+1$ 個の独立零点を有することがわかる．次に，この $N+1$ 個の独立零点を用いて，阻止域で近似を行う．

3.1 平たん条件

FIR ハーフバンドフィルタに対し，$\omega=0$ と $\omega=\pi$ において，平たんな振幅特性が要求される．その平たん条件は

$$\begin{cases} \hat{H}(1) = 1 \\ \left.\dfrac{\partial^m \hat{H}(e^{j\omega})}{\partial\omega^m}\right|_{\omega=0} = 0 \quad (m=1,2,\cdots,M-1) \end{cases} \tag{11}$$

$$\left.\frac{\partial^m \hat{H}(e^{j\omega})}{\partial\omega^m}\right|_{\omega=\pi} = 0 \quad (m=0,1,\cdots,M-1) \tag{12}$$

である．ここで，$0 \leqq M \leqq N+1$ である．式 (9) からわかるように，式 (12) の平たん条件を満たせば，式 (11) の平たん条件は自動的に満たされる．よって，次は式 (12) の平たん条件について考える．式 (12) の平たん条件を満たすには，$z=-1$ に M 個の独立零点を置くことが必要である．

式 (6) の周波数特性を m 回微分すると

$$\frac{\partial^m \hat{H}(e^{j\omega})}{\partial\omega^m} = \sum_{n=0}^{N} j^m a_n (K-2n)^m e^{j(K-2n)\omega} \tag{13}$$

となる．よって，式 (12) の平たん条件より，

$$\sum_{n=0}^{N} (K-2n)^m a_n = \begin{cases} 0.5 & (m=0) \\ 0 & (m=1,2,\cdots,M-1) \end{cases} \tag{14}$$

が得られる．$M=N+1$ のとき，すなわち，最大平たんハーフバンドフィルタを設計する場合，式 (14) の線形方程式を解くだけで，フィルタ係数が容易に求められる．また，最大平たんハーフバンドフィルタの解は式 (14) より解析的に求められる [2]．ここでは，省略する．

3.2 初期零点の設定

$M \leqq N$ の場合，$z=-1$ 以外の残りの独立零点の数は $N-M+1$ である．図 2 に示されるように，阻止域の振幅誤差を最小化するには，この残りの独立零

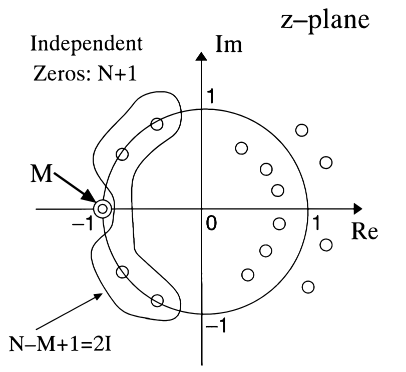

図 2　FIR ハーフバンドフィルタの零点配置
Fig. 2　Zero location of FIR half-band filters.

点はすべて z 平面の単位円上に存在しなければならない．z 平面においては，$z = \pm 1$ 以外の単位円上の零点は，実係数フィルタの場合，必ず複素共役対となるため，$N - M + 1$ は偶数である必要がある．すなわち，$N - M + 1 = 2I$ となる．ここでは，まず，初期零点として，阻止域で $2I$ 個の独立零点を以下のように設定する．

$$z_i = e^{\pm j\bar{\omega}_i} \quad (\omega_s < \bar{\omega}_1 < \bar{\omega}_2 < \cdots < \bar{\omega}_I < \pi) \tag{15}$$

よって，式 (6) より，

$$\hat{H}(z_i) = \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{N} a_n e^{\pm j(K-2n)\bar{\omega}_i} = 0 \tag{16}$$

が得られる．式 (16) を実数部と虚数部に分けると，

$$\left\{\begin{array}{l} \displaystyle\sum_{n=0}^{N} a_n \cos(K-2n)\bar{\omega}_i = -0.5 \\ \displaystyle\sum_{n=0}^{N} a_n \sin(K-2n)\bar{\omega}_i = 0 \end{array}\right. \tag{17}$$

となる．式 (14) と式 (17) を合わせると，全部 $N + 1$ 個の線形方程式となる．よって，式 (14) と式 (17) の線形方程式を解くことにより，フィルタ係数が求められる．

3.3 複素 Remez アルゴリズムによる定式化

3.2 で，阻止域で初期零点を等間隔に設定し，フィルタ係数を求める．そのとき，得られたフィルタの振幅特性は阻止域において等リプル特性とは限らない．ここでは，**3.2** で得られたフィルタ係数を初期値として利用し，阻止域で等リプル特性となるように，複素 Remez アルゴリズムを用いて定式化を行う．フィルタ係数の初期値から，$\hat{H}(z)$ の振幅特性を求めて，阻止域において $I + 1$ 個の極値周波数点 ω_i を次のように探し，その位相 $\theta(\omega_i)$ を求める．

$$\omega_s = \omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_I < \pi \tag{18}$$

次に，阻止域におけるこれらの周波数点に複素 Remez アルゴリズムを適用し，次式のように $\hat{H}(e^{j\omega})$ を定式化する．

$$\hat{H}(e^{j\omega_i}) = \delta\, e^{j\{\theta(\omega_i)+\Delta\theta\}} \tag{19}$$

ここで，δ は振幅誤差であり，$\Delta\theta$ は位相誤差である．

式 (6) を式 (19) に代入すると，

$$\begin{aligned} \hat{H}(e^{j\omega_i}) &= \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{N} a_n e^{j(K-2n)\omega_i} \\ &= \delta\, e^{j\{\theta(\omega_i)+\Delta\theta\}} \end{aligned} \tag{20}$$

が得られる．式 (20) を実数部と虚数部に分けると，

$$\left\{\begin{array}{l} \displaystyle\sum_{n=0}^{N} a_n \cos(K-2n)\omega_i - \delta_1 \cos\theta(\omega_i) \\ \quad +\delta_2 \sin\theta(\omega_i) = -0.5 \\ \displaystyle\sum_{n=0}^{N} a_n \sin(K-2n)\omega_i - \delta_1 \sin\theta(\omega_i) \\ \quad -\delta_2 \cos\theta(\omega_i) = 0 \end{array}\right. \tag{21}$$

となる．ここで，$\delta_1 = \delta\cos\Delta\theta$，$\delta_2 = \delta\sin\Delta\theta$ である．式 (14) と式 (21) を合わせて，全部 $N + 3$ 個の線形方程式が得られる．よって，式 (14) と式 (21) の線形方程式を解くことにより，フィルタ係数が求められる．得られたフィルタ係数を用いて，$\hat{H}(z)$ の振幅特性を求め，阻止域で極値周波数点 Ω_i を探し，その位相 $\theta(\Omega_i)$ を計算する．その結果，サンプル周波数点 ω_i と極値周波数点 Ω_i は必ず一致するとは限らない．よって，得られた極値周波数 Ω_i を次回のサンプル周波数点 ω_i として置き換え，再び式 (14) と式 (21) を解き，フィルタ係数を求める．この過程を繰り返して反復計算を行い，サンプル周波数点 ω_i と極値周波数 Ω_i が一致になったら，阻止域の等リプル特性が得られたとする．本論文では，**3.2** で得られたフィルタ係数を初期値として用いたため，数回の繰返しで，設計アルゴリズムが収束する．

3.4 設計アルゴリズム

1. ハーフバンドフィルタの設計仕様 N, M, K，通過域端周波数 ω_p と阻止域端周波数 ω_s を与える．

2. 式 (15) のように，阻止域で初期零点 $\bar{\omega}_i$ を等間隔に設定する．

3. 式 (14) と式 (17) の線形方程式を解いて，フィルタ係数の初期値 a_n を求める．

4. 得られた初期値 a_n を用いて，$\hat{H}(z)$ の振幅特性を求め，阻止域で極値周波数点 Ω_i を探し，その位相 $\theta(\Omega_i)$ を計算する．

5. $\omega_i = \Omega_i \quad (i = 0, 1, \cdots I)$ とする．

6. 式 (14) と式 (21) の線形方程式を解いて，フィルタ係数 a_n を求める．

7. 得られたフィルタ係数 a_n を用いて，$\hat{H}(z)$ の

振幅特性を求め，阻止域で極値周波数点 Ω_i を探し，その位相 $\theta(\Omega_i)$ を計算する．

8. $|\Omega_i - \omega_i| < \varepsilon \quad (i = 0, 1, \cdots I)$ を満たすならば終了する．満たさない場合は，**5.** へ戻る．ただし，ε は与えられた収束許容値である．

4. フィルタバンクへの応用

近年フィルタバンクやウェーブレットなどに関する研究が盛んに行われており，信号処理の様々な分野で応用されている．ここでは，FIR ハーフバンドフィルタの応用例の一つとして，2 チャネルフィルタバンクの設計について述べる．文献 [8] では，構造上完全再構成双直交フィルタバンクが提案された．この 2 チャネルフィルタバンクでは，フィルタ係数の量子化と乗算器の丸め誤差に関係なく，完全再構成条件が構造上満たされ，すなわち，可逆的である．文献 [8] では，FIR 完全直線位相フィルタを用いて設計したため，高次数のフィルタが必要な場合，フィルタバンク全体の遅延が大きくなってしまう問題点がある．実時間信号処理などの応用では，より少ない遅延が要求される．よって，低遅延特性を有するフィルタバンクの設計が試みられている [7], [9]．本論文では，文献 [8] で提案された構造上完全再構成フィルタバンクに **3.** で述べた低遅延 FIR ハーフバンドフィルタの設計法を適用して，低遅延特性を有する 2 チャネル完全再構成フィルタバンクを設計する．2 チャネルフィルタバンクでは，$H_1(z), H_2(z)$ を分析フィルタ，$F_1(z), F_2(z)$ を合成フィルタと仮定すると，フィルタバンクの完全再構成条件は

$$\begin{cases} H_1(z)F_1(z) + H_2(z)F_2(z) = z^{-2L-1} \\ H_1(-z)F_1(z) + H_2(-z)F_2(z) = 0 \end{cases} \tag{22}$$

である．ここで，L は整数である．文献 [8] では，

$$\begin{cases} H_1(z) = \dfrac{1}{2}\{z^{-2K_1-1} + A(z^2)\} = -F_2(-z) \\ H_2(z) = z^{-2K_2} - B(z^2)H_1(z) = F_1(-z) \end{cases} \tag{23}$$

のように構成すると，式 (22) の完全再構成条件が満たされる．ただし，K_1, K_2 は整数であり，$L = K_1 + K_2$ である．ここで，$A(z)$ と $B(z)$ をそれぞれ N_1 次と N_2 次の FIR フィルタとする．

$$\begin{cases} A(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{N_1} a_n z^{-n} \\ B(z) = \displaystyle\sum_{n=0}^{N_2} b_n z^{-n} \end{cases} \tag{24}$$

ただし，フィルタ係数 a_n, b_n は実数である．式 (4) の伝達関数と式 (23) の $H_1(z)$ を比較すると，明らかに，$H_1(z)$ はハーフバンドフィルタである．よって，**3.** で提案した設計法を用いて，低遅延特性をもつ $H_1(z)$ が設計できる．一方，$H_2(z)$ に関しては，$H_1(z)$ の阻止域 $[\omega_s, \pi]$ では，$H_1(e^{j\omega}) = 0$ なので，$H_2(e^{j\omega}) = e^{-j2K_2\omega}$ となり，通過域である．$H_1(z)$ の通過域 $[0, \omega_p]$ においては，理想的に，$H_1(e^{j\omega}) = e^{-j(2K_1+1)\omega}$ である．よって，

$$\begin{aligned} H_2(z) &= z^{-2K_2} - B(z^2)z^{-2K_1-1} \\ &= -2z^{-2K_1-1}\tilde{H}_2(-z) \end{aligned} \tag{25}$$

となる．ここで，

$$\tilde{H}_2(z) = \frac{1}{2}\{z^{-2(K_2-K_1)+1} + B(z^2)\} \tag{26}$$

である．帯域 $[0, \omega_p]$ は $H_2(z)$ の阻止域であるため，$\tilde{H}_2(z)$ は帯域 $[\omega_s, \pi]$ で 0 となればよい．ただし，$\omega_p + \omega_s = \pi$ である．式 (26) の $\tilde{H}_2(z)$ は明らかにハーフバンドフィルタである．したがって，**3.** で提案した方法を用いて設計できる．しかし，$\tilde{H}_2(z)$ を阻止域で等リプル特性になるように設計しても，$H_2(z)$ は $H_1(z)$ の影響を受けているため，阻止域で等リプル特性になるとは限らない [12]．したがって，実際の設計では，$H_1(z)$ の誤差の影響を考慮する必要がある．ここでは，次式の $\hat{H}_2(z)$ について考える．

$$\begin{aligned} \hat{H}_2(z) &= \frac{1}{2}z^{2K_2}H_2(-z) \\ &= \frac{1}{2}\{1 + z^{2(K_2-K_1)-1}B(z^2)\hat{H}_1(-z)\} \end{aligned} \tag{27}$$

ここで，

$$\begin{aligned} \hat{H}_1(z) &= z^{2K_1+1}H_1(z) \\ &= \frac{1}{2}\{1 + z^{2K_1+1}A(z^2)\} \end{aligned} \tag{28}$$

である．複素 Remez アルゴリズムを用いて $H_2(z)$ を設計する際，式 (27) の $\hat{H}_2(z)$ を使って定式化すれば，阻止域で等リプル特性が得られる [12]．設計アルゴリズムは **3.4** に述べたものと同じである．

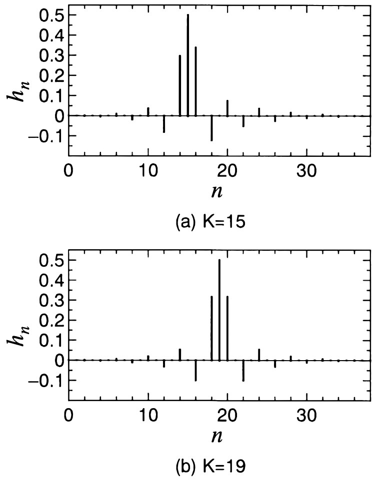

図 3　FIR ハーフバンドフィルタのインパルス応答
Fig. 3　Impulse responses of FIR half-band filters.

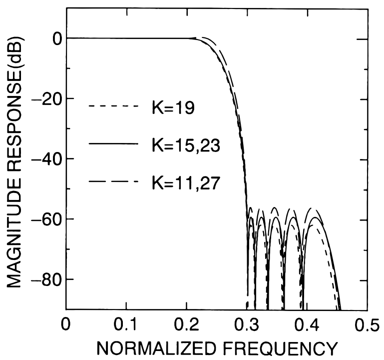

図 4　FIR ハーフバンドフィルタの振幅特性
Fig. 4　Magnitude responses of FIR half-band filters.

5. 設　計　例

［**設計例 1**］　フィルタの設計仕様は，$N = 19$，$M = 10$，$\omega_p = 0.4\pi$ と $\omega_s = 0.6\pi$ であり，フィルタの次数は $2N = 38$ である．**3.** で提案した設計法を用いて，いろいろな K を与えて，FIR ハーフバンドフィルタを設計した．設計可能な K の範囲は $1 \leqq K \leqq 37$ であった．$K = 15$ のときのインパルス応答を図 3 (a) に示す．また，比較のため，$K = 19$ の完全直線位相フィルタのインパルス応答も図 3 (b) に示されている．図 3 からわかるように，完全直線位相フィルタは対称なインパルス応答をもつのに対し，低（高）遅延フィルタのインパルス応答は対称ではない．完全直線位相フィルタの場合，単位円内と外にそれぞれ $(N-1)/2$ 個の零点が存在する．一方，低（高）遅延フィルタの場合，単位円内に $N-(K+1)/2$ 個の零点，単位円外に $(K-1)/2$ 個の零点がある．また，$K = N \pm 2D$ $(D = 1, 2, \cdots)$ のフィルタは，その零点が単位円に対し互いに鏡像関係を満たすため，振幅特性が同じであり，群遅延特性が $K = N$ に対し対称となる．得られたフィルタの振幅特性を図 4 に示し，与えられた平たん条件を満たしており，かつ阻止域の等リプル特性が得られた．群遅延特性の対称性より，$K > N$ の場合を省略して，$K \leqq N$のフィルタの群遅延特性のみを図 5 に示し，低い（あるいは高い）群遅延特性が実現できることがわかる．群遅延 K がフィルタの周波数特性に対する影響を調べるために，K に対する阻止域の最小減衰量の変化を図 6 に示す．$K = N \pm 2D$ のフィルタは同じ阻止域減衰量をもつので，図 6 では，$K = N = 19$ までしか示されなかった．図 6 からわかるように，$K = 19$ のとき，完全直線位相フィルタの阻止域減衰量が最大となり，K が小さくなるにつれ，阻止域減衰量が小さくなる．ここで，フィルタ次数を $2N = 30$ とし，同じ $K = 15$ の

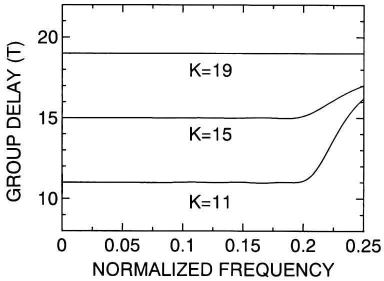

図 5　FIR ハーフバンドフィルタの群遅延特性
Fig. 5　Group delays of FIR half-band filters.

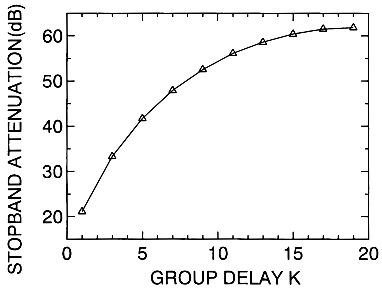

図 6　群遅延 K に対する阻止域最小減衰量の変化
Fig. 6　Stopband minimum attenuation versus group delay K.

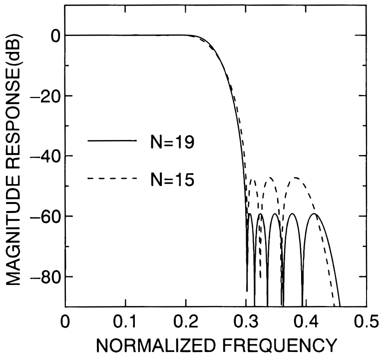

図 7　FIR ハーフバンドフィルタの振幅特性
Fig. 7　Magnitude responses of FIR half-band filters.

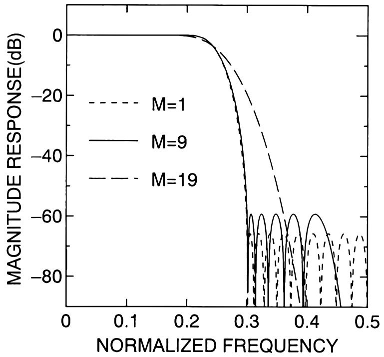

図 8　FIR ハーフバンドフィルタの振幅特性
Fig. 8　Magnitude responses of FIR half-band filters.

群遅延をもつ完全直線位相フィルタを設計して，低遅延フィルタと比較する．それらのフィルタの振幅特性は図 7 に示され，低遅延フィルタより，単純に次数を低く設定した完全直線位相フィルタの阻止域減衰量が小さくなっていることがわかる．低遅延フィルタと同程度の阻止域減衰量を得るには，少なくとも $2N = 38$ 次以上の完全直線位相フィルタが必要である．しかし，完全直線位相フィルタの場合，その係数が対称であるため，実現の際に必要な乗算器の数はフィルタ次数の約半分となる．この設計例においては，等リプル特性になるまで必要な反復計算の回数は約 5 ∼ 6 回であった．

［**設計例 2**］ フィルタの設計仕様は，$N = 18$, $K = 15$, $\omega_p = 0.4\pi$ と $\omega_s = 0.6\pi$ であり，フィルタ次数は $2N = 36$ である．この次数の完全直線位相ハーフバンドフィルタは存在しない．平たん度 M を変えて，低遅延 FIR ハーフバンドフィルタを設計した．得られた振幅特性と群遅延特性をそれぞれ図 8 と図 9 に示す．$M = 19$ のときは最大平たんフィルタ，$M = 1$ のときは最大誤差が最小となる等リプルフィルタである．図 8 からわかるように，平たん度が任意に設定できる．また，平たん度 M に対する阻止域最小減衰量の変化を図 10 に示し，M が大きくなるにつれ，阻止域減衰量が小さくなることがわかる．この設計例においては，反復計算の回数は約 5 ∼ 6 回であった．

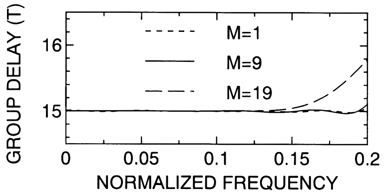

図 9　FIR ハーフバンドフィルタの群遅延特性
Fig. 9　Group delays of FIR half-band filters.

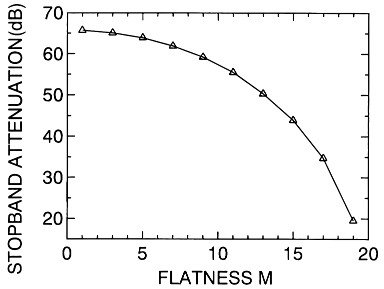

図 10　平たん度 M に対する阻止域最小減衰量の変化
Fig. 10　Stopband minimum attenuation versus flatness M.

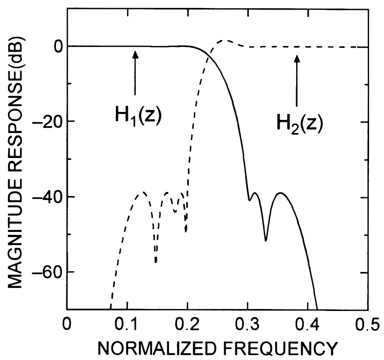

図 11　分析フィルタの振幅特性
Fig. 11　Magnitude responses of analysis filters.

［**設計例 3**］ フィルタバンクの設計仕様は，$K_1 = 6$,

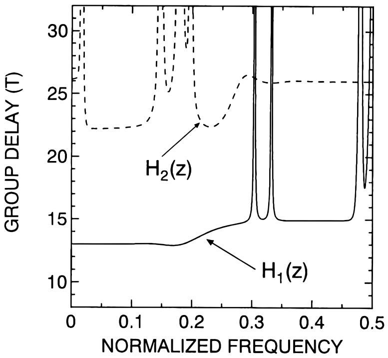

図 12　分析フィルタの群遅延特性
Fig. 12　Group delays of analysis filters.

$K_2 = 13$, $\omega_p = 0.4\pi$ と $\omega_s = 0.6\pi$ であり，$A(z), B(z)$ の次数は $N_1 = 15, N_2 = 17$ である．平たん度 $M_1 = M_2 = 12$ として設定し，フィルタバンクを設計した．得られた振幅特性と群遅延特性をそれぞれ図 11 と図 12 に示す．フィルタバンク全体の遅延は 39 サンプルで，すなわち，$L = 19$ である．一方，同次数の完全直線位相フィルタを用いた場合，フィルタバンク全体の遅延は 47 サンプル ($L = 23$) となる．

6. む す び

本論文では，任意の平たん度を有する低遅延 FIR ハーフバンドフィルタの新しい設計法を提案した．まず，FIR ハーフバンドフィルタの時間域条件から，フィルタの周波数特性における制約条件及び性質を調べ，FIR ハーフバンドフィルタの設計問題は阻止域における振幅誤差の最小化問題に帰着できることを示した．次に，与えられた平たん条件を考慮しながら，阻止域に複素 Remez アルゴリズムを適用し，フィルタの設計問題を線形問題の形で定式化した．したがって，簡単な線形問題を解くだけで，フィルタ係数が容易に求められる．そして，阻止域において反復計算を行い，等リプル特性が得られる．本設計法の特長は，FIR ハーフバンドフィルタの群遅延特性が低く設定することができ，かつ平たん度が任意に与えられることである．最後に，低遅延特性を有する 2 チャネル完全再構成フィルタバンクの設計に本設計法を適用し，その有効性を示した．

文　　献

[1] 武部　幹，ディジタルフィルタの設計，東海大学出版社，1986.

[2] S.K. Mitra and J.F. Kaiser, Handbook for Digital Signal Processing, John Wiley & Sons, New York, 1993.

[3] P.P. Vaidyanathan, Multirate Systems and Filter Banks, Englewood Cliffs, NJ:Prentice Hall,1993.

[4] F. Mintzer, "On half-band, third-band, and Nth-band FIR filters and their design," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.ASSP-30, no.5, pp.734–738, Oct. 1982.

[5] P.P. Vaidyanathan and T.Q. Nguyen, "A "trick" for the design of FIR half-band filters," IEEE Trans. Circuits & Syst., vol.CAS-34, no.3, pp.297–300, March 1987.

[6] M. Vetterli and C. Herley, "Wavelets and filter banks: theory and design," IEEE Trans. Signal Processing, vol.40, no.9, pp.2207–2232, Sept. 1992.

[7] K. Nayebi, T.P. Barnwell, and M.J.T. Smith, "Low delay FIR filter banks: design and evaluation," IEEE Trans. Signal Processing, vol.42, no.1, pp.24–31, Jan. 1994.

[8] S.M. Phoong, C.W. Kim, P.P. Vaidyanathan, and R. Ansari, "A new class of two channel biorthogonal filter banks and wavelet bases," IEEE Trans. Signal Processing, vol.43, no.3, pp.649–665, March 1995.

[9] E.A. Raheem, F.E. Guibaly, and A. Antoniou, "Design of low-delay two channel FIR filter banks using constrained optimization," Signal Processing, vol.48, pp.183–192, 1996.

[10] 張　熙，岩倉　博，"Remez アルゴリズムによる FIR ナイキストフィルタの設計，" 信学論 (A)，vol.J79-A, no.8, pp.1378–1384, Aug. 1996.

[11] Y. Wisutmethangoon and T.Q. Nguyen, "Nonlinear phase Mth band filter and applications in filter band design," Asilomar Conference on SSC, pp.696–700, Pacific Grove, Nov. 1997.

[12] 張　熙，吉川敏則，"構造上完全再構成双直交 FIR 直線位相フィルタバンクの設計，" 信学論 (A)，vol. J81-A, no.1, pp.17–23, June 1998.

[13] X. Zhang and T. Yoshikawa, "Design of FIR Nyquist filters with low group delay," IEEE Trans. Signal Processing, vol.47, no.5, pp.1454–1458, May 1999.

（平成 11 年 2 月 12 日受付，5 月 17 日再受付）

張　　熙　（正員）

1984 中国南京航空航天大学電子工程系卒．1993 電気通信大学大学院修士課程了．工博．1984 南京航空航天大学助手．1993 電気通信大学助手．現在，長岡技術科学大学助教授．1987 年度中国国家科学技術進歩三等賞受賞．ディジタル信号処理，近似理論，ウェーブレット等の研究に従事．IEEE 会員．

猪爪堅太郎　（学生員）

平 9 長岡技科大・電子機器工学卒．現在，同大大学院修士課程在学中．ディジタルフィルタの研究に従事．

吉川　敏則　（正員）

昭 46 東工大・電子卒．昭 51 同大大学院博士課程了．工博．埼玉大工学部助手，同大講師を経て，昭 58 より長岡技術科学大学助教授．現在，同大教授．ディジタル信号処理，コンピュータのソフトウェア応用等の研究に従事．IEEE 会員．