

通過域平たん阻止域等リプル特性を有する IIR デジタルフィルタの設計

張 熙[†] 吉川 敏則[†]

Design of IIR Digital Filters with Flat Passband and Equiripple Stopband Responses

Xi ZHANG[†] and Toshinori YOSHIKAWA[†]

あらまし IIR デジタルフィルタの設計では、従来のアナログフィルタ設計理論を利用して、アナログフィルタを設計し、 s - z 変換よりデジタルフィルタを得る方法をもっとも一般的である。しかし、双 1 次 s - z 変換等で得られた IIR デジタルフィルタはその分子と分母が必ず同次数に限られる。異なる次数の分子と分母をもつことはフィルタの設計により多くの自由度を与えることになる。よって、本論文では、分子と分母の次数が異なる IIR デジタルフィルタの設計について考え、通過域で平たん特性、阻止域で等リプル特性となるよう、直接 z 領域で設計する方法を提案する。まず、阻止域平たん通過域等リプル特性をもつ IIR フィルタの設計法を示す。阻止域の平たん特性は指定された周波数点に多重零点を配置するだけで簡単に得られる。また、通過域の等リプル特性は最大振幅誤差を指定することにより、Remez アルゴリズムを用いて設計できる。次に、通過域を阻止域に、阻止域を通過域になるように振幅変換を行い、通過域平たん阻止域等リプル特性の IIR フィルタを求め。そのとき、得られた IIR フィルタはその分子が必ず分母以上の次数になる。最後に、分子の次数が分母より低い IIR フィルタの設計を考え、通過域平たん阻止域等リプル特性を直接設計する方法を示す。

キーワード IIR デジタルフィルタ、平たんな通過域、等リプル阻止域、Remez アルゴリズム

1. ま え が き

振幅に注目した IIR デジタルフィルタの設計問題において、もっとも一般的な設計法は従来のアナログフィルタの設計理論を利用する方法である [1] ~ [4]。そのアナログフィルタには、基本的にバタワース (最大平たん)、チェビシェフ (阻止域平たん通過域等リプル)、逆チェビシェフ (通過域平たん阻止域等リプル) とだ円 (通過域と阻止域ともに等リプル) フィルタの 4 種類がある。与えられた設計仕様より、まず所望のタイプのアナログフィルタを設計する。次に s - z 変換を用いてそれぞれのデジタルフィルタを得る。しかし、双 1 次 s - z 変換等で得られた IIR デジタルフィルタはその分子と分母が必ず同次数になり、分子と分母の次数が異なる IIR デジタルフィルタはアナログフィルタから設計できない。よって、異なる次数

の分子と分母をもつ IIR デジタルフィルタを直接 z 領域で設計する必要がある。分子と分母の次数が自由に選べることで、設計パラメータが一つ増え、フィルタの設計により多くの自由度をもたらす。分子と分母の次数が異なるフィルタの設計に関しては、これまでに多くの研究がなされてきた [5] ~ [12]。文献 [7] ~ [10] では、通過域と阻止域にともに等リプル特性をもつ IIR フィルタの設計法が提案され、狭帯域又は広帯域のフィルタの場合、分子と分母の次数が異なるフィルタは同次数のフィルタに比べて優れた振幅特性をもつことが示されている。また、文献 [11] では、最大平たん IIR フィルタの設計法が提案され、閉じた形の解が与えられている。一方、通過域と阻止域の片方は平たん特性、もう片方は等リプル特性のフィルタについては、FIR フィルタ [5], [6] と遅延特性を同時に考慮した IIR フィルタ [12] の設計しか示されていないかった。

本論文では、分子と分母の次数が異なる IIR デジタルフィルタの設計について考え、通過域で平たん特性、阻止域で等リプル特性を直接 z 領域で設計する方

[†] 長岡技術科学大学工学部電気系, 長岡市
Department of Electrical Engineering, Nagaoka University
of Technology, Nagaoka-shi, 940-2188 Japan

法を提案する．まず，阻止域平坦通過域等リプル特性を有する IIR フィルタの設計法を示す．阻止域の平坦特性は指定された周波数点に多重零点を配置するだけで簡単に得られる．また，通過域での等リプル特性は最大振幅誤差を指定して，Remez アルゴリズムを用いて設計できる．そして，通過域を阻止域に，阻止域を通過域になるように振幅変換を行い，通過域平坦阻止域等リプル特性を有する IIR フィルタを求める．そのとき，得られた IIR フィルタは振幅変換のため，その分子が必ず分母以上の次数をもつことになる．よって，分子の次数が分母より低い IIR フィルタを設計するには，別の方法で通過域で平坦特性，阻止域で等リプル特性を設計する必要がある．次に，通過域に平坦となるような伝達関数を与え，Remez アルゴリズムを用いて阻止域に等リプル特性を設計する方法を示す．最後に，幾つかの例題を設計し，本設計法の有効性を示す．

2. IIR デジタルフィルタの伝達関数

IIR デジタルフィルタの伝達関数 $H(z)$ は

$$H(z) = \frac{\sum_{n=0}^N a_n z^{-n}}{\sum_{m=0}^M b_m z^{-m}} \quad (1)$$

のように定義される．ここで， N と M はそれぞれ分子と分母の次数であり，フィルタ係数 a_n と b_m は実数で，一般に $b_0 = 1$ である．

伝達関数 $H(z)$ とその逆関数 $H(z^{-1})$ を縦続接続すると，零位相フィルタ $G(z)$ が次式のように得られる．

$$G(z) = H(z)H(z^{-1}) = \frac{\sum_{n=-N}^N c_n z^{-n}}{\sum_{m=-M}^M d_m z^{-m}} \quad (2)$$

ここで，フィルタ係数 c_n と d_m は実数で，次式の対称条件を満たす．

$$\begin{cases} c_n = c_{-n} & (1 \leq n \leq N) \\ d_m = d_{-m} & (1 \leq m \leq M) \end{cases} \quad (3)$$

よって， $G(z)$ の振幅特性は

$$G(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|^2 = \frac{c_0 + 2 \sum_{n=1}^N c_n \cos n\omega}{d_0 + 2 \sum_{m=1}^M d_m \cos m\omega} \quad (4)$$

となる．式 (4) からわかるように， $G(z)$ の振幅特性は $H(z)$ の 2 乗振幅特性となるので， $G(e^{j\omega}) \geq 0$ である．

また， $H(z)$ と $G(z)$ の零点と極の関係をみると，もし $H(z)$ の零点が単位円上に存在するとすれば， $G(z)$ が単位円上に 2 重零点をもつことになる． $H(z)$ の零点が単位円内あるいは単位円外に存在するとき， $G(z)$ の零点は単位円に対し鏡像零点になる．安定なフィルタを得るため， $H(z)$ の極は単位円内に存在する必要がある．よって， $G(z)$ は単位円に対し鏡像極を有する．したがって，単位円に対し鏡像極と鏡像零点，又は単位円上の 2 重零点をもつ $G(z)$ を設計できれば，その零点と極を分解して安定な $H(z)$ が得られる．式 (3) の対称条件は $G(z)$ の極が鏡像極，零点が鏡像零点又は単位円上の零点になることを保証する．また，単位円上の零点がすべて 2 重零点になるには， $G(e^{j\omega}) \geq 0$ である必要がある．以下は単位円上に 2 重零点をもつ $G(z)$ の設計について考える．

3. 阻止域平坦通過域等リプル特性を有する IIR フィルタの設計

ここで，阻止域で平坦特性，通過域で等リプル特性をもつ IIR デジタルフィルタの設計について述べる．まず，零位相フィルタ $F(z)$ の伝達関数を次式のように定義する．

$$F(z) = \frac{\sum_{n=-L_1}^{L_1} f_n z^{-n}}{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m}} \quad (5)$$

ただし，フィルタ係数 f_n と g_m は実数であり，

$$\begin{cases} f_n = f_{-n} & (1 \leq n \leq L_1) \\ g_m = g_{-m} & (1 \leq m \leq L_2) \end{cases} \quad (6)$$

の条件を満たす．以下は $F(z)$ の設計について述べる．

3.1 設計仕様

ここでは、低域フィルタの設計を考える。その設計仕様は、阻止域において、周波数点 $\omega = \pi$ に次式の平坦条件が要求される。

$$\left. \frac{\partial^i F(e^{j\omega})}{\partial \omega^i} \right|_{\omega=\pi} = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, 2L_1 - 1) \quad (7)$$

ここで、 L_1 は平坦度を表すパラメータである。また、通過域では、フィルタの振幅特性が与えられた誤差範囲内になるように要求される。すなわち、

$$1 - \delta \leq F(e^{j\omega}) \leq 1 \quad (0 \leq \omega \leq \omega_p) \quad (8)$$

である。ここで、 ω_p は通過域端周波数であり、 δ は指定された最大振幅誤差で、既知である。

3.2 Remez アルゴリズムによる定式化

式 (7) の平坦条件を満たすには、 $z = -1$ に $2L_1$ 個の多重零点を配置する必要がある。すなわち、

$$F(z) = \frac{z^{L_1}(1 + z^{-1})^{2L_1}}{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m}} \quad (9)$$

である。よって、 $F(z)$ の振幅特性は

$$F(e^{j\omega}) = \frac{\left(2 \cos \frac{\omega}{2}\right)^{2L_1}}{g_0 + 2 \sum_{m=1}^{L_2} g_m \cos m\omega} \quad (10)$$

となり、式 (7) の平坦条件を満たしていることがわかる。一方、通過域 $[0, \omega_p]$ では、まず $(L_2 + 1)$ 個のサンプル周波数点 ω_i を次のように設定する。

$$\omega_p = \omega_0 > \omega_1 > \dots > \omega_{L_2} \geq 0 \quad (11)$$

次に、Remez アルゴリズムを用いて次式のように定式化を行う。

$$F(e^{j\omega_i}) = \begin{cases} 1 - \delta & (i : \text{even}) \\ 1 & (i : \text{odd}) \end{cases} \quad (12)$$

式 (10) を用いて式 (12) に代入すると、

$$g_0 + 2 \sum_{m=1}^{L_2} g_m \cos m\omega_i = \begin{cases} \frac{\left(2 \cos \frac{\omega_i}{2}\right)^{2L_1}}{1 - \delta} & (i : \text{even}) \\ \left(2 \cos \frac{\omega_i}{2}\right)^{2L_1} & (i : \text{odd}) \end{cases} \quad (13)$$

が得られる。よって、式 (13) の線形方程式を解いて、フィルタ係数 g_m が容易に求められる。そして、 $F(z)$ の振幅特性を計算し、通過域に極値周波数点 $\bar{\omega}_i$ を探す。得られた極値周波数点を新しいサンプル周波数点として、再び線形方程式を解く。この過程を繰り返して反復計算を行い、極値周波数点とサンプル周波数点が一致になったら、通過域に等リップル特性を有する最適近似解が得られたとする。具体的な設計アルゴリズムは以下に示される。

3.3 設計アルゴリズム

1. フィルタの設計仕様 L_1, L_2, δ とカットオフ周波数 ω_p を与える。
2. 式 (11) のように $(L_2 + 1)$ 個のサンプル周波数点 ω_i の初期値を等間隔に設定する。
3. 式 (13) の線形方程式を解いて、フィルタ係数 g_m を求める。
4. 得られた g_m を用いて、 $F(z)$ の振幅特性を計算し、通過域に極値周波数点 $\bar{\omega}_i$ を探す。
5. $\sum_{i=0}^{L_2} |\bar{\omega}_i - \omega_i| < \epsilon$ を満たすならば、終了する。満たさない場合は 6. へ進む。ただし、 ϵ は与えられた収束許容値である。
6. $\omega_i = \bar{\omega}_i$ ($i = 0, 1, \dots, L_2$) として、3. へ戻る。

3.4 帯域通過と帯域阻止フィルタの設計

3.2 では、低域フィルタの設計について述べた。高域フィルタは低域フィルタと同様に設計できる。または、得られた低域フィルタの伝達関数から、 z を $-z$ で置き換え、周波数変換で簡単に得られる。ここでは、帯域通過と帯域阻止フィルタの設計について述べる。

帯域フィルタの場合、二つの阻止域があり、それぞれの平坦条件は

$$\left. \frac{\partial^i F(e^{j\omega})}{\partial \omega^i} \right|_{\omega=0} = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, 2K - 1) \quad (14)$$

$$\left. \frac{\partial^i F(e^{j\omega})}{\partial \omega^i} \right|_{\omega=\pi} = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, 2(L_1 - K) - 1) \quad (15)$$

である。よって、式 (14) と (15) の平坦条件を満たすには、

$$F(z) = \frac{z^{L_1}(1 - z^{-1})^{2K}(1 + z^{-1})^{2(L_1 - K)}}{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m}} \quad (16)$$

である．また，通過域では，フィルタの振幅特性は

$$1 - \delta \leq F(e^{j\omega}) \leq 1 \quad (\omega_{p1} \leq \omega \leq \omega_{p2}) \quad (17)$$

の条件を満たすように要求される．ここで， ω_{p1}, ω_{p2} は通過域端周波数である．よって，同様に Remez アルゴリズムを用いて，通過域に等リプル特性が設計できる．ただし，通過域に極値周波数点の数が必ず奇数なので， L_2 は偶数でなければならない．

帯域阻止フィルタの場合，阻止域の平たん条件は

$$\left. \frac{\partial^i F(e^{j\omega})}{\partial \omega^i} \right|_{\omega=\omega_{sf}} = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, L_1 - 1) \quad (18)$$

である．ここで， ω_{sf} は指定された周波数点である．よって， $F(z)$ は

$$F(z) = \frac{z^{L_1}(e^{j\omega_{sf}} - z^{-1})^{L_1}(e^{-j\omega_{sf}} - z^{-1})^{L_1}}{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m}} \quad (19)$$

となる．ただし， L_1 が偶数である必要がある．また，二つの通過域では，フィルタの振幅特性の条件は

$$1 - \delta \leq F(e^{j\omega}) \leq 1 \quad \left(\begin{array}{l} 0 \leq \omega \leq \omega_{p1} \\ \omega_{p2} \leq \omega \leq \pi \end{array} \right) \quad (20)$$

であり，Remez アルゴリズムを用いて設計できる．設計アルゴリズムは 3.3 に述べたものと同じである．

4. 通過域平たん阻止域等リプル特性を有する IIR フィルタの設計

ここでは，通過域で平たん特性，阻止域で等リプル特性をもつ IIR デジタルフィルタ $G(z)$ の設計について述べる．まず，低域フィルタの設計を考える．通過域では，周波数点 $\omega = 0$ における平たん条件は

$$\left\{ \begin{array}{l} G(1) = 1 \\ \left. \frac{\partial^i G(e^{j\omega})}{\partial \omega^i} \right|_{\omega=0} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 2L_1 - 1) \end{array} \right. \quad (21)$$

である．一方，阻止域では，フィルタの振幅特性の条件は

$$0 \leq G(e^{j\omega}) \leq \delta \quad (\omega_s \leq \omega \leq \pi) \quad (22)$$

である．ここで， ω_s は阻止域端周波数である．

4.1 分子の次数が高いフィルタの設計

まず， $G(z)$ の阻止域を $F(z)$ の通過域に，通過域を阻止域になるように，以下の変換を行う．

$$F(e^{j\omega}) = 1 - G(e^{j\omega}) \quad (23)$$

よって，式 (21) の平たん条件は

$$\left. \frac{\partial^i F(e^{j\omega})}{\partial \omega^i} \right|_{\omega=0} = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, 2L_1 - 1) \quad (24)$$

となる．また， $G(z)$ の阻止域においては，

$$1 - \delta \leq F(e^{j\omega}) \leq 1 \quad (\omega_s \leq \omega \leq \pi) \quad (25)$$

が得られる．したがって，3. で提案した設計法を用いて，式 (24) と式 (25) の条件を満たす阻止域平たん通過域等リプル特性の高域フィルタ $F(z)$ を設計することができる．次に，式 (23) より，

$$G(z) = 1 - F(z) = \frac{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m} - \sum_{n=-L_1}^{L_1} f_n z^{-n}}{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m}} \quad (26)$$

が得られる．ここで， $G(z)$ の分母の次数は $M = L_2$ で，分子の次数は L_1 と L_2 の中で大きい方で決定され，すなわち， $N = \text{Max}\{L_1, L_2\}$ である．よって， L_1 を小さく設定しても，分子の次数が必ず分母の次数以上で， $N \geq M$ である．よって，分子の次数が低いフィルタは以上述べた方法では設計できない．分母の次数が高いフィルタを設計するには，別の方法で通過域に平たん特性，阻止域に等リプル特性を設計する必要がある．次に，分母の次数が高いフィルタの設計について考える．また，高域通過，帯域通過あるいは帯域阻止フィルタ $G(z)$ の設計に関しては，同様に低域通過，帯域阻止あるいは帯域通過フィルタ $F(z)$ を設計すればよい．

4.2 分母の次数が高いフィルタの設計

ここでは，分母の次数が高いフィルタの設計について述べる．同様に低域フィルタの場合を考える．式 (21) の平たん条件を満たすために，次式のように $G(z)$ を変形する [1], [2] ．

$$F(e^{j\omega}) = \frac{1}{G(e^{j\omega})} - 1 \quad (27)$$

よって，式 (21) の平たん条件は

$$\left. \frac{\partial^i F(e^{j\omega})}{\partial \omega^i} \right|_{\omega=0} = 0 \quad (i = 0, 1, \dots, 2L_1 - 1) \quad (28)$$

と等価になる．式 (28) の条件を満たすには， $z = 1$ に $2L_1$ 個の多重零点を配置する必要がある， $F(z)$ は

$$F(z) = \frac{(1-z)^{L_1}(1-z^{-1})^{L_1}}{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m}} \quad (29)$$

でなければならない．したがって，式 (27) から， $G(z)$ は

$$G(z) = \frac{1}{1 + \frac{(1-z)^{L_1}(1-z^{-1})^{L_1}}{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m}}} \quad (30)$$

となり，明らかに式 (21) の平坦条件を満たしている．一方，阻止域 $[\omega_s, \pi]$ では， $(L_2 + 1)$ 個のサンプル周波数点 ω_i を以下のように設定し，

$$\omega_s = \omega_0 < \omega_1 < \dots < \omega_{L_2} \leq \pi \quad (31)$$

Remez アルゴリズムを用いて次式のように定式化する．

$$G(e^{j\omega_i}) = \begin{cases} \delta & (i : \text{even}) \\ 0 & (i : \text{odd}) \end{cases} \quad (32)$$

式 (30) を式 (32) に代入し，

$$\begin{aligned} g_0 + 2 \sum_{m=1}^{L_2} g_m \cos m\omega_i \\ = \begin{cases} \left(2 \sin \frac{\omega_i}{2}\right)^{2L_1} \frac{\delta}{1-\delta} & (i : \text{even}) \\ 0 & (i : \text{odd}) \end{cases} \end{aligned} \quad (33)$$

となる．よって，式 (33) の線形方程式を解いて，フィルタ係数 g_m が得られる．設計アルゴリズムは 3.3 に述べたものと同じである．また，帯域阻止と帯域通過フィルタを設計する場合は，式 (29) のかわりに式 (16) と式 (19) の $F(z)$ を使えば，同様に設計できるので，本論文では省略する．式 (27) から，

$$G(z) = \frac{1}{1+F(z)} = \frac{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m}}{\sum_{m=-L_2}^{L_2} g_m z^{-m} + \sum_{n=-L_1}^{L_1} f_n z^{-n}} \quad (34)$$

が得られる．ここで， $G(z)$ の分子の次数は $N = L_2$ で，分母の次数は L_1 と L_2 の中で大きい方より決定され，すなわち， $M = \text{Max}\{L_1, L_2\}$ である．よって，その分母は必ず分子以上の次数を有し， $M \geq N$ であることがわかる．

5. 設 計 例

[設計例 1] { 高域フィルタ }

通過域平坦阻止域等リプル特性の高域フィルタの設計仕様は $N = L_1 = 8, M = L_2 = 6$ と $\omega_s = 0.3\pi$ である．まず，最大振幅誤差をそれぞれ $\delta = 10^{-4}$ ， $\delta = 10^{-5}$ と $\delta = 10^{-6}$ と与えて，提案した方法を用いて阻止域平坦通過域等リプル特性の低域フィルタを設計し，得られたフィルタの振幅特性を図 1 に示す．得られた低域フィルタから，振幅変換して，通過域平坦阻止域等リプル特性の高域フィルタを求め，その振幅特性を図 2 に示す．図 2 から，それぞれのフィルタは 40 dB, 50 dB と 60 dB の阻止域最小減衰量をもっていることがわかる．また， $\delta = 10^{-4}$ とし，平坦度を $N = L_1 = 6$ と $N = L_1 = 10$ に変えて高域フィルタを設計し，得られたフィルタの振幅特性を図 3 に示す．図 3 から， L_1 が大きくなるにつれ，振幅特性がもっと平坦になることがわかる．ここで， $N = M = 6$ の場合は従来のアナログフィルタで得られた振幅特性と同じであり，比較のため，併せて示されている．

[設計例 2] { 帯域阻止フィルタ }

フィルタの設計仕様は $K = 4, L_1 = 10, L_2 = 8$ ，

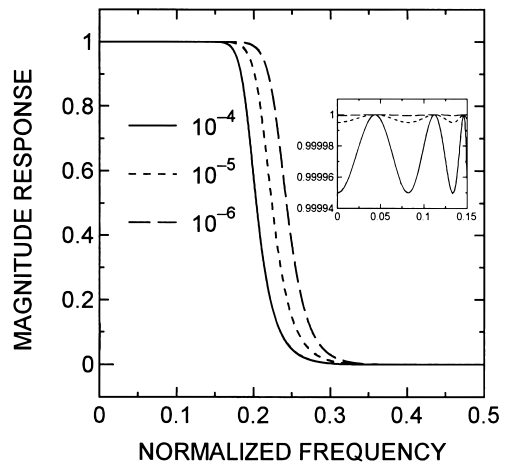


図 1 低域フィルタの振幅特性

Fig. 1 Magnitude responses of lowpass filters.

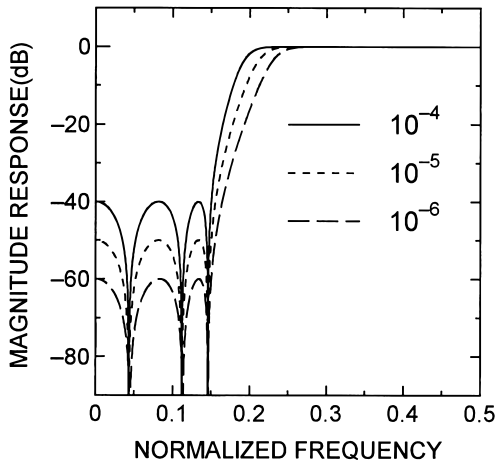


図2 高域フィルタの振幅特性

Fig. 2 Magnitude responses of highpass filters.

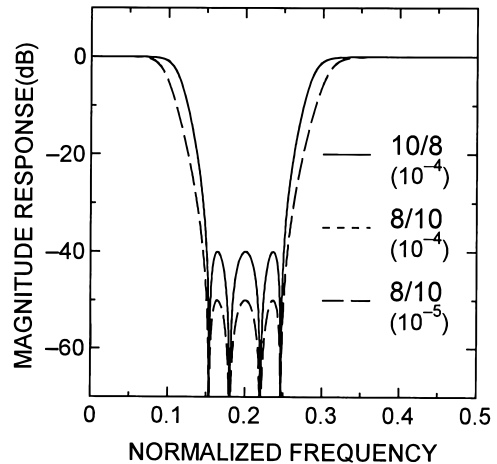


図4 帯域阻止フィルタの振幅特性

Fig. 4 Magnitude responses of bandstop filters.

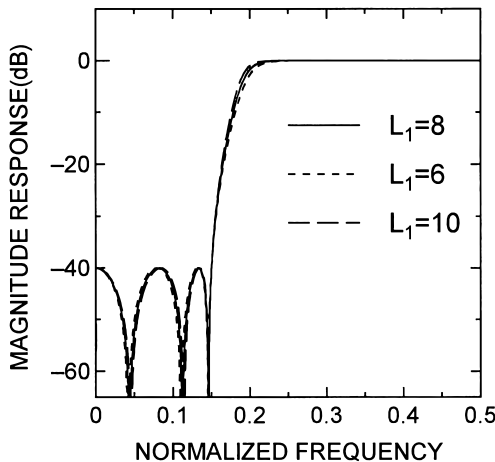


図3 高域フィルタの振幅特性

Fig. 3 Magnitude responses of highpass filters.

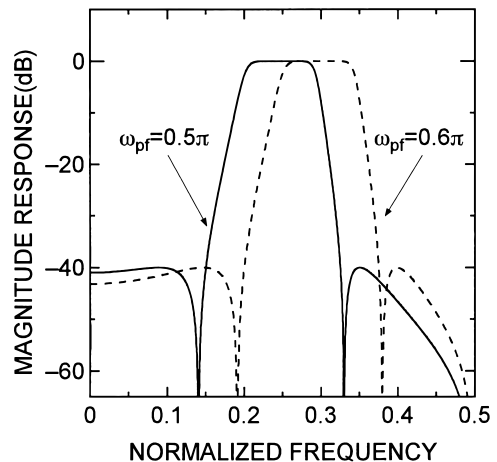


図5 帯域フィルタの振幅特性

Fig. 5 Magnitude responses of bandpass filters.

$\omega_{s1} = 0.3\pi$, $\omega_{s2} = 0.5\pi$ と $\delta = 10^{-4}$ である。まず、阻止域平坦通過域等リプル特性の帯域フィルタを設計し、振幅変換して、通過域平坦阻止域等リプル特性の帯域阻止フィルタを求めた。そのとき、フィルタの分子は $N = 10$ 次で、分母は $M = 8$ 次であった。その振幅特性は図4に実線で示されている。次に、4.2で提案した方法で、直接通過域平坦阻止域等リプル特性の帯域阻止フィルタを設計した。得られたフィルタの分子は $N = 8$ 次で、分母は $M = 10$ 次であった。その振幅特性は図4に点線で示され、同等な振幅特性が得られた。また、阻止域の最大振幅誤差を $\delta = 10^{-5}$ に変えて、4.2に述べた設計法で、帯域阻止フィルタ

を設計した。得られたフィルタの振幅特性は併せて図4に破線で示されている。

[設計例3] { 帯域フィルタ }

フィルタの設計仕様は、周波数点 $\omega_{pf} = 0.5\pi$ における平坦度は $L_1 = 10$ で、カットオフ周波数はそれぞれ $\omega_{s1} = 0.3\pi$, $\omega_{s2} = 0.65\pi$ であり、 $L_2 = 6$ と $\delta = 10^{-4}$ である。通過域平坦阻止域等リプル特性の帯域フィルタを設計した。得られたフィルタの分子は $N = 6$ 次で、分母は $M = 10$ 次であった。その振幅特性は図5に実線で示されている。次に、通過域と阻止域を $\omega_{pf} = 0.6\pi$, $\omega_{s1} = 0.4\pi$, $\omega_{s2} = 0.75\pi$ に変えて設計し、その振幅特性を図5に点線で示す。

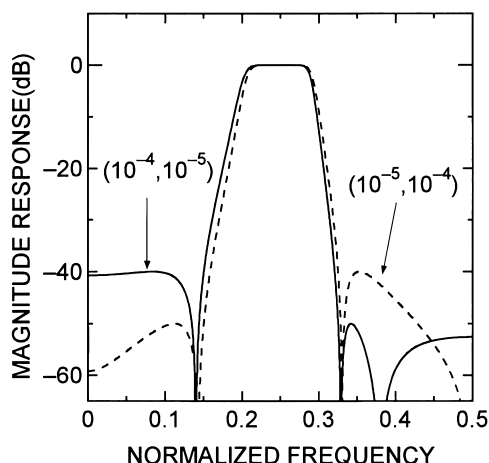


図6 帯域フィルタの振幅特性

Fig. 6 Magnitude responses of bandpass filters.

また、第1と第2阻止域の最大振幅誤差をそれぞれ $\delta_1 = 10^{-4}$, $\delta_2 = 10^{-5}$ と $\delta_1 = 10^{-5}$, $\delta_2 = 10^{-4}$ に設定し、帯域フィルタを設計した。得られたフィルタの振幅特性はそれぞれ図6に示され、振幅誤差が任意に指定できることがわかる。

6. む す び

本論文では、分子と分母の次数が異なる IIR デジタルフィルタの設計を考え、通過域で平坦な特性、阻止域で等リプル特性を直接 z 領域で設計する方法を提案した。まず、阻止域平坦な通過域等リプル特性を有する IIR フィルタの設計法を示した。阻止域の平坦な特性は指定された周波数点に多重零点を配置するだけで簡単に得られる。また、通過域での等リプル特性は最大振幅誤差を指定することにより、Remez アルゴリズムを用いて設計できる。そして、平坦な阻止域を通過域に、等リプル通過域を阻止域になるように振幅変換を行い、通過域平坦阻止域等リプル特性を有する IIR フィルタを設計した。そのとき、得られた IIR フィルタは分子の次数が必ず分母の次数以上になるため、次に、分子の次数が分母より低い IIR フィルタの設計法を示した。本設計法では、Remez アルゴリズムを用いて定式化したため、簡単な線形方程式を解くだけで、フィルタ係数が容易に得られる。また、本設計法の特長として、通過域平坦な度と阻止域の最大振幅誤差が任意に指定することができる。

謝辞 日ごろ御指導いただき、電気通信大学電子情報学教授岩倉 博先生に深謝致します。

文 献

- [1] L.R. Rabiner and B. Gold, "Theory and Application of Digital Signal Processing," Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
- [2] A.V. Oppenheim and R.W. Schaffer, "Digital Signal Processing," Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
- [3] A. Antoniou, "Digital Filters: Analysis, Design, and Applications," McGraw-Hill, New York, 1993.
- [4] S.K. Mitra and J.F. Kaiser, "Handbook for Digital Signal Processing," John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [5] P.P. Vaidyanathan, "Optimal design of linear phase FIR digital filters with very flat passbands and equiripple stopbands," IEEE Trans. Circuits & Syst., vol.CAS-32, no.9, pp.904-917, Sept. 1985.
- [6] I.W. Selesnick and C.S. Burrus, "Exchange algorithms for the design of linear phase FIR filters and differentiators having flat monotonic passbands and equiripple stopbands," IEEE Trans. Circuits & Syst.-II, vol.43, no.9, pp.671-675, Sept. 1996.
- [7] H.G. Martinez and T.W. Parks, "Design of recursive digital filters with optimum magnitude and attenuation poles on the unit circle," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.ASSP-26, no.2, pp.150-156, April 1978.
- [8] T. Saramaki, "Design of optimum recursive digital filters with zeros on the unit circle," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.ASSP-31, no.2, pp.450-458, April 1983.
- [9] L.B. Jackson, "An improved Martinez/Parks algorithm for IIR design with unequal numbers of poles and zeros," IEEE Trans. Signal Processing, vol.42, no.5, pp.1234-1238, May 1994.
- [10] X. Zhang and H. Iwakura, "Design of IIR digital filters based on eigenvalue problem," IEEE Trans. Signal Processing, vol.44, no.6, pp.1325-1333, June 1996.
- [11] I.W. Selesnick and C.S. Burrus, "Generalized digital butterworth filter design," IEEE Trans. Signal Processing, vol.46, no.6, pp.1688-1694, June 1996.
- [12] 西川 清, 武部 幹, "通過域振幅平坦かつ遅延最大平坦で阻止域準等リプル減衰特性の IIR 形低域デジタルフィルタ," 信学論 (A), vol.J64-A, no.10, pp.819-826, Oct. 1981.

(平成10年4月22日受付, 9月17日再受付)



張 熙 (正員)

1984 中国南京航空航天大学電子工程系
卒．1993 電気通信大学大学院博士課程了．
工博．1984 南京航空航天大学助手．1993
電通大助手．現在，長岡技術科学大学助教
授．1987 年度中国国家科学技術進歩三等
賞受賞．デジタル信号処理，近似理論，
ウェーブレット等の研究に従事．IEEE 会員．



吉川 敏則 (正員)

昭 46 東工大・電子卒．昭 51 同大学院
博士課程了．工博．埼玉大工学部助手，同
大講師を経て，昭 58 より長岡技術科学大
学助教授．現在，同大教授．デジタル信
号処理，コンピュータのソフトウェア応用
等の研究に従事．IEEE 会員．